

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANNE DE SOUZA CUNHA

**A construção do Pensamento Geométrico: visualização e
análise dos quadriláteros**

Rio Tinto – PB
2016

ANNE DE SOUZA CUNHA

**A construção do Pensamento Geométrico: visualização e
análise dos quadriláteros**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Coordenação do Curso de
Licenciatura em Matemática como
requisito parcial para obtenção do título
de Licenciada em Matemática.

Orientador (a): Prof.^a Ms. Jussara
Patrícia Andrade Alves Paiva

**Rio Tinto – PB
2016**

C972c *Cunha, Anne de Souza.*

A construção do pensamento geométrico: visualização e análise dos quadriláteros. / Anne de Souza Cunha. – Rio Tinto: [s.n.], 2016.

70 f. : il.-

Orientador (a): Profa. Msc. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.

Monografia (Graduação) – UFPB/CCAEE.

1. Geometria - matemática. 2. Quadrilátero - geometria. 3. Matemática - estudo e ensino.

ANNE DE SOUZA CUNHA

**A construção do Pensamento Geométrico: visualização e
análise dos quadriláteros**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof^a. Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Aprovado em: ____/____/____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof.^a Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva (Orientadora)
UFPB/ Departamento Ciências Exatas

Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza
UFPB/ Departamento Ciências Exatas

Prof.^a Ms. Surama Santos Ismael da Costa
UFPB/ Departamento Ciências Exatas

Este trabalho é dedicado aos meus pais,
que sempre acreditaram no meu sonho, e
que me apoiaram incondicionalmente.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que iluminou meu caminho e me deu força para essa caminhada.

Aos meus pais, Manoel e Maria da Luz pelo apoio e incentivo para que esse projeto se torne possível, agradeço pelas palavras de apoio nas horas necessárias, pelo amor, compreensão e dedicação que sempre me deram, sem vocês não seria possível a concretização desse sonho.

Um agradecimento aos meus familiares, Josefa (avó), tias, tios e padrinhos, em especial aos meus irmãos André e Alex e as minhas cunhadas Josélia e Laís, minha sobrinha Maria Lara, pelo incentivo, apoio, e palavras confortantes que foram fundamentais para cada degrau conquistado nessa jornada.

Ao meu noivo, Leandro Torres, que é amigo, companheiro, paciente, foi meu alicerce para essa caminhada, presente sempre nos momentos de felicidades e de angústias.

Aos meus queridos amigos da Licenciatura, Kacieli Lima, Rosilanne, Fernanda, Glauciely, Cosmo, Julio Cesar, Luiz Antonio, Ubiratan, que estiveram presente em toda jornada dividindo as conquistas, incertezas, alegrias e tristezas. Mas com vocês tive a certeza de que tudo foi muito prazeroso, que posso contar com a amizade de todos sempre.

Agradecer aos amigos e comadre, Alderlândia, Gilmar, Alessandra, Adriana (in memória), Manoel, Tatiane, Nara, Josinaldo, que estiveram presentes nessa conquista. Em especial ao meu amigo Anaelson Donizete de Moraes, pelo incentivo para cursar a licenciatura em Matemática, pelo apoio concedido durante todo o curso pelas dificuldades que superamos juntos, e pelas conquistas que Deus nos proporcionou.

Um agradecimento mais que especial a minha orientadora Jussara Patrícia, pela orientação no TCC, nos projetos e na vida como um todo, você foi sem dúvidas mais que professora, é uma mulher brilhante, como mãe, como amiga, como pessoa, enfim tenho em você um exemplo de profissional exemplar, tenho orgulho em dizer que você fez parte dessa jornada de maneira muito significativa, meu eterno obrigado.

Aos professores da Licenciatura e a todos que fizeram parte desse sonho agora conquistado.

A todos, meu muito obrigado!

“A humildade exprime, uma das raras
certezas de que estou certo: a de que
ninguém é superior a ninguém. ”

Paulo Freire

RESUMO

A presente pesquisa tem por objetivo investigar a construção do pensamento geométrico numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa deu-se pela curiosidade de investigar como esses alunos concebem o conteúdo dos quadriláteros. Para fundamentação da pesquisa nos embasamos em autores como, Van Hiele (apud Walle, 2009) Van de Walle (2009), Rêgo e Rêgo (2012), Cirléia Barbosa (2011), Lorenzato (2012), os Parâmetros Curriculares Nacionais e outros autores. Para construção das atividades, aplicação e a análise dos resultados obtidos tiveram como referencial teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico desenvolvido pelo casal Van Hiele que trata desse desenvolvimento dentro de cinco níveis. Para nossa pesquisa utilizamos como prioridade apenas os níveis de visualização e análise. A aplicação das atividades ocorreu em 6 horas/ aula, numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental, para realização da pesquisa participaram em média turma 22 alunos. Ao longo da pesquisa observou-se o desenvolvimento de habilidades na visualização geométrica dos alunos e na construção de definições dos quadriláteros. Com a análise dos dados concluímos que a pesquisa nos mostrou os resultados esperados, os alunos conseguiram avançar de um nível para o outro tendo domínio sobre o primeiro nível, no nível 2 observamos que os mesmos conseguiram sem maiores dificuldades definir algumas propriedades importantes de cada quadrilátero.

Palavras-chave: Pensamento Geométrico. Níveis de Van Hiele. Quadriláteros. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This research aims to investigate the construction of geometric thinking in a class of 9th grade of elementary school. The survey was given by curiosity to investigate how these students conceive the content of Quads. For reasons of research in embasamos in authors like Van Hiele (cited Walle, 2009) Van de Walle (2009), Rêgo and Rego (2012), Cirléia Barbosa (2011), Lorenzato (2012), the National Curriculum Parameters and other authors. For construction activities, implementation and analysis of the results had the theoretical development of geometric thinking model developed by Van Hiele double that deals with this development in five levels. For our research we use a priority only viewing levels and analysis. The implementation of activities occurred in 6 hours / class, a class of 9th grade of elementary school, to conduct the survey participated in average class 22 students. During the research we observed the development of skills in geometric visualization of students and building settings Quads. With the analysis of the data concluded that research has shown the expected results, the students were able to advance from one level to the next with grip on the first level, level 2 noted that they were able without difficulty to define some important properties of each quadrilateral.

Keywords: Geometric thinking. Van Hiele levels. Quads. Elementary School.

Lista dos Gráficos

Gráfico 1- Análise da questão 1	38
Gráfico 2- Análise da atividade 5	41
Gráfico 3- Análise da questão 1	44

Lista dos Quadros

Quadro 1 – Níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.....	27
Quadro 2 – Níveis de Van Hiele para compreensão em geometria.....	29
Quadro 3 – Inclusão dos quadriláteros	37

Lista das Tabelas

Tabela 1 – Dados da questão	41
Tabela 2 – Classificação dos quadriláteros.....	43

Lista de Imagens

Imagem 1- Atividade diagnóstica aluno C	39
Imagem 2- Atividade diagnóstica.....	39
Imagem 3- Atividade diagnóstica aluno D	40
Imagem 4- Atividade do aluno E.....	42
Imagem 5 – Tiras de papel	44
Imagem 6 - Aluno A realizando atividades	45
Imagem 7 – Alunos B realizando atividades	45
Imagem 8- Atividade do aluno F.....	46
Imagem 9 - Atividade do aluno G	47
Imagem 10 - Atividade do aluno H	47
Imagem 11 - Atividade do aluno I.....	48
Imagem 12 - Atividade do aluno J.....	49
Imagem 13 - Atividade do aluno L.....	50
Imagem 14- Atividade do aluno M.....	51
Imagem 15 - Atividade do aluno N	55

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1.	Apresentação do Tema	15
1.2.	Justificativa e Problemática	16
1.3.	Objetivos.....	18
1.3.1.	Objetivo Geral.....	18
1.3.2.	Objetivos específicos	18
1.4.	Metodologia da pesquisa	19
1.5	Metodologias da intervenção.....	19
1.6	Sujeitos da pesquisa.....	20
2	REFERENCIAL TEORICO.....	22
2.1.	O ensino de Geometria nos anos finais do ensino fundamental	22
2.2.	O desenvolvimento do pensamento geométrico	25
2.3.	A utilização de materiais didáticos no processo de ensino de Matemática	30
2.3.1.	Conceituando material didático	32
2.3.2.	Utilizações de materiais didáticos para o ensino de Geometria.....	34
3	DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DOS DADOS DA INTERVENÇÃO	36
3.1	Descrição da instituição de intervenção	36
3.2	Descrição da intervenção e análise dos resultados	36
3.3	Análise das atividades realizadas com os alunos.....	38
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFÊRENCIAL	59
	APÊNDICES	62
	APÊNDICE A - ATIVIDADE DIAGNÓSTICA.....	63
	APÊNDICE B – CLASSIFICANDO OS QUADRILÁTEROS.....	65
	APÊNDICE B - CONSTRUINDO OS QUADRILÁTEROS	66
	APÊNDICE C – OBSERVANDO E REFLETINDO	67
	APÊNDICE D – INCLUINDO QUADRILÁTEROS.....	69
	APÊNDICE E – INCLUINDO QUADRILÁTEROS	70

1 INTRODUÇÃO

1.1. Apresentação do Tema

A geometria pode ser observada em toda parte, ela está presente no nosso cotidiano em diversas formas, podem ser observadas nas construções feitas pelo homem e nas paisagens, elas apresentam diferentes formas geométricas, desde um quadrilátero que podemos perceber com mais frequência como um simples quadrado até figuras que nem conseguimos nomeá-las.

Entretanto, a geometria ainda é considerada um conteúdo de grande dificuldade para alunos e professores. Podemos atribuir a esse fato um possível desconhecimento da geometria pela geração atual, o que nos remete ao fato da Geometria ter sido deixada em segundo plano por vários anos. A Geometria é a área da Matemática que se dedica a questões relacionadas com espaço e forma, e segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (BRASIL, 1998, p.51)

É necessário trabalhar no aluno a visualização, desde os anos iniciais para que o mesmo possa desenvolver o pensamento geométrico.

O tema em questão é muito abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e por autores como Van Hiele (apud Walle, 2009), Van Walle (2009), Lorenzato (2012), Rêgo e Rêgo (2012), Fainguelernt (1999), esses autores apontam para a importância do ensino da geometria de modo a explorar no aluno a visualização e as articulações de propriedades geométricas. Segundo Fainguelernt (1999)

O estudo da geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo e para que a visão matemática não fique distorcida. (FAINGUELERNT, 1999, p.53).

Em virtude dessa importância busca-se oportunizar aos alunos um conhecimento satisfatório da Geometria de maneira clara para que o mesmo possa encontrar na Geometria uma importância para o cotidiano.

É necessário propor que os alunos desenvolvam o pensamento geométrico desde os anos iniciais, é importante que ele possa estabelecer relações entre as formas geométricas, deste modo se faz necessário analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico apresentado pelos alunos no estudo dos quadriláteros.

Assim como os autores citados apontam que é necessário que esse desenvolvimento geométrico seja trabalhado sem receio, propomos com esse trabalho oportunizar alunos e professores o conhecimento de que é possível trabalhar a geometria para que os resultados sejam satisfatórios.

Dentro do modelo de Van Hiele propomos trabalhar a Geometria Plana, especificamente o estudo dos quadriláteros. A pesquisa foi desenvolvida no 9º ano do ensino fundamental, na perspectiva de proporcionar aos alunos atividades que levem ao desenvolvimento do pensamento geométrico dentro dos níveis de visualização e análise dos quadriláteros apontado pelo casal. Fainguelernt (1999, p. 21) aponta que “entre os matemáticos e os educadores Matemáticos, existe um consenso de que o ensino da Geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática. ”

1.2. Justificativa e Problemática

A Geometria é uma área da Matemática que vem sendo estudado a muitos anos, e se deu pela necessidade de compreender as relações espaciais, volumes, comprimentos e tudo que o universo apresentava.

Segundo os PCN (1998, p. 127), “é um dos ramos mais antigos da Matemática, que se desenvolveu em função de necessidades humanas. As civilizações da época pré-histórica utilizavam regras para medir comprimentos, superfícies e volumes”.

Na Geometria verifica-se a importância de explorar a visualização do aluno e as articulações de propriedades geométricas feitas em diversas situações. Nas quais, a percepção e a representação particular e individual do aluno fazem com que ele construa significado para os conceitos geométricos.

Destacamos que é a partir da visualização que os alunos podem explorar o caráter de investigação, conhecimentos de propriedades, elaboração de processos de

justificativa na resolução de problemas, desenvolver capacidades argumentativas, raciocínio lógico, e percepção organizacional do plano e espaço.

Entretanto, o ensino de Geometria, que pode proporcionar ao aluno essas competências, foi segundo Lorenzato (1995), abandonado, nas décadas de 1960 e 1970, devido ao Movimento da Matemática Moderna, o que acarretou uma lacuna no ensino dessa disciplina que perdura até os dias de hoje.

Mas, o resgate da importância da Geometria para a formação dos alunos vem tendo ênfase nos documentos oficiais que apontam,

[] [a] necessidade de resgatar o ensino de geometria nas escolas passou a ser um dos destaques em diferentes propostas curriculares e artigos sobre o assunto. Chama-se atenção para a importância do desenvolvimento de um pensamento geométrico, de tanta relevância para o aluno como o pensamento aritmético ou algébrico [, p.21].

Esse resgate tem sido observado no cenário atual, muitos autores dessa área têm produzido pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e também sobre as dificuldades que alunos e professores têm em relação ao conteúdo de Geometria, e a divulgação dos resultados dessas pesquisas, por meio de artigos e livros, tem sido responsável pelo espaço de discussão e inserção da Geometria nas formações iniciais e continuadas.

É necessário que se tenha consciência da importância do ensino da Geometria para o currículo e para a formação dos conceitos dos alunos, ela é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico da Geometria e para desenvolvimento da representação que ela exerce no nosso dia a dia.

A iniciativa de trabalhar com Geometria surgiu com as experiências adquiridas em projetos ao longo do curso, uma vez que esses projetos aproximam os licenciandos da realidade da sala de aula, e promovem a oportunidade de conhecer as dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como as metodologias utilizadas pelos professores.

Com as experiências adquiridas a partir dos projetos, percebemos a dificuldade que os alunos apresentam no tocante aos conteúdos de Geometria, geralmente não conseguem estabelecer relações entre as formas geométricas e nem resolver situações problemas. Essas dificuldades podem ser observadas desde os anos iniciais e percorrem durante toda a educação básica, muitos desses alunos entram na Universidade sem ao menos ter visto um pouco de Geometria.

A partir dessas experiências surgiram alguns questionamentos: Qual será o nível do pensamento geométrico dos alunos ao concluírem o Ensino Fundamental? Os professores têm conhecimento acerca do modelo dos Van Hiele para planejar o ensino de Geometria? Nos cursos de licenciatura é dada ênfase para o Ensino de Geometria?

Refletindo sobre essas inquietações e procurando contribuir de alguma forma para a discussão do ensino de Geometria na atualidade. Delimitamos nosso tema para que se adequasse ao período de tempo de pesquisa. Daí a questão que queremos responder é: como os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Guarabira-PB desenvolvem o pensamento geométrico a partir dos quadriláteros?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Geral

- Investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Guarabira- PB no conteúdo de quadriláteros

1.3.2. Objetivos específicos

Para conseguirmos alcançar o objetivo da pesquisa delineamos os seguintes objetivos específicos;

- Levantar o perfil dos estudantes da instituição escolar pesquisada;
- Averiguar o que os docentes das turmas investigadas conhecem do conteúdo dos quadriláteros;
- Verificar o desempenho e as estratégias de alunos para a resolução de atividades que envolvam o conteúdo.

1.4. Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa é classificada, quanto aos objetivos, como uma pesquisa explicativa que têm como objetivo principal identificar fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência de fenômenos (GIL, 2007). Segundo Gil, “estas pesquisas são as que mais aprofundam o conhecimento da realidade, pois têm como finalidade explicar a razão, o porquê das coisas” (GIL, 2007, p.28).

Para Eduardo Morese (2003),

A investigação **explicativa** tem como principal objetivo tornar algo inteligível justificando os motivos. Visa, portanto, esclarecer quais fatores contribuem, de alguma forma, para a ocorrência de determinado fenômeno. Por exemplo: as raízes do sucesso de determinado empreendimento. Pressupõe pesquisa descritiva como base para suas explicações. (MORESE 2003, p.09)

Quanto aos dados a serem coletados a pesquisa é uma pesquisa qualitativa que segundo Ubiratan D'Ambrosio (2000, p. 103), “se dá em algumas etapas, levantamento de questões com base no referencial teórico, seleção dos sujeitos, definição das estratégias e análises de dados.”

Para realização da pesquisa serão propostas algumas atividades embasadas no nosso referencial a fim de levantar os dados necessários análise da pesquisa.

1.5 Metodologias da intervenção

A pesquisa foi dividida em quatro etapas, pensadas a partir dos levantamentos de dados realizado por meio de uma atividade diagnóstica, apêndice A.

A atividade diagnóstica teve por objetivo apontar subsídios necessários para construção da sequência didática, apêndices B, C, D e E apresentada durante a realização da pesquisa, por meio das dificuldades observadas nos alunos. A elaboração da proposta didática baseadas em atividades que visem melhorar o desenvolvimento do pensamento geométrico.

1.6 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, com 25 alunos de ambos os sexos com uma faixa etária entre 13 e 16 anos, os mesmos são alunos de uma escola pública da rede estadual localizada na cidade de Guarabira PB.

1.7 Descrição da intervenção

A atividade diagnóstica tem o objetivo de conhecer as habilidades e dificuldades que os alunos tem no conteúdo de quadriláteros. A atividade é composta por cinco questões, nas quais propomos aos alunos identificar os quadriláteros nas diversas figuras encontradas em nosso cotidiano.

A proposta didática de nossa pesquisa tem como objetivo desenvolver e ampliar o nível de visualização e análise dos alunos do 9º ano de Ensino Fundamental da escola participante. Para alcançar nossos objetivos dividimos nossa proposta uma sequência didática de 6 horas/aula

Para melhor compreensão das atividades das sequências detalhamos os seus objetivos.

A **primeira atividade** chamada de “atividade diagnóstica” teve como objetivo central sondar nos alunos quais os conhecimentos que os mesmos já possuem. Para que possamos ajudar o aluno a desenvolver e rever algumas propriedades do plano cartesiano, familiarizando-o com atividades.

A **segunda atividade**, composta por dois momentos chamados de “Classificando os quadriláteros” e “Construindo quadriláteros”, teve como primeiro objetivo levar os alunos a classificar os quadriláteros de acordo com sua nomenclatura e sua aparência. Ressaltamos que essa etapa foi elaborada dentro dos aspectos relativos ao nível de visualização do modelo dos Van Hiele.

Já a atividade intitulada de “Construindo quadriláteros” teve por objetivo levar aos alunos manusearem materiais concretos por meio de cortes e colagens, para que os mesmos pudessem perceber algumas das características dos quadriláteros, como lados opostos, medidas dos lados, lados paralelos e ângulos. Destacamos que essa etapa da atividade se encontra na transição do nível de visualização para o nível de análise. Uma

vez que leva o aluno a observar características que se consolidarão em propriedades dos quadriláteros.

A **terceira atividade** chamada de “Observando e refletindo”, teve como objetivo trabalhar conceitos e algumas características dos quadriláteros, como lados opostos, medidas dos lados, lados paralelos, ângulos e diagonais dos quadriláteros, analisando as particularidades e semelhanças existentes entre elas, por meio das observações de questões usuais de livros textos e da manipulação de material didático. Fazendo com que o aluno possa ver as propriedades geométricas não mais isoladas, e sim relacionadas. Destacamos que a terceira atividade refere-se ao nível de análise do Modelo dos Van Hiele.

A **quarta atividade** chamada de “Incluindo quadriláteros” teve como objetivo consolidar o estabelecimento de relações entre as características observadas nas atividades anteriores, levando o aluno a pensar sobre essas características e perceber as propriedades comuns dos quadriláteros.

2 REFERENCIAL TEORICO

2.1. O ensino de Geometria nos anos finais do ensino fundamental

A Geometria está presente de diversas formas em nosso cotidiano. Ela pode ser observada, em construções realizadas pelo homem e nas formas mais perfeitas criadas pela natureza.

Uma das funções que podemos atribuir a Geometria é a de desenvolver nos alunos de ensino fundamental habilidades que os levam a construção de conhecimentos necessários para sua formação, por esse motivo deve-se haver uma atenção maior ao ensino desse bloco, já que seus conteúdos são capazes de tornar possíveis muitas possibilidades, desenvolvimento de habilidades mentais, cognitivas que a Geometria proporciona como, orientação espacial, coordenação visual sob diferentes ângulos, descrição e representação do espaço, reconhecer a geometria na solução de situações do cotidiano, fazendo com que seja cada dia mais importante à valorização desses conteúdos na prática docente e na educação básica dessas práticas.

Diante desses problemas a implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) surgiu, trazendo um novo tratamento à Geometria para o Ensino Fundamental.

O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. (BRASIL, 1997, p. 127).

No entanto, é preciso que professores que não vivenciaram a Geometria nesse currículo de Matemática precisem inserir esses conhecimentos em suas práticas, caso contrário, haverá um “empobrecimento” dessas abordagens de conteúdo. Para tanto, é necessário que usemos não apenas a identificação de imagens como quadrada, retângulo, triângulo e círculo, mas defendendo principalmente a Geometria centrada num caráter mais experimental, caráter esse que contribui para a formação dos conceitos geométricos.

Segundo Nacarato e Passos (2003, apud BARBOSA, 2011, p. 33), “o ensino da Geometria deve contemplar o trabalho simultâneo entre o objeto, o conceito e o desenho, destacando aspectos figurais e configurais das figuras geométricas”. Além

disso, a visualização e a representação são outros dois elementos importantes, responsáveis pelo sucesso do desenvolvimento em Geometria.

Nacarato e Passos (2003, p. 78),

A visualização pode ser considerada como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto. O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis”.

Nesse sentido a experimentação é essencial por que ajuda a criar imagens que antes estavam apenas no campo da mente. No entanto, é preciso ainda que a formalização/abstração dos conceitos seja concretizada por ações junto com a escrita que possibilitam uma aprendizagem que contribui para a formação conceitual dos alunos. Já a representação é um importante instrumento que possibilita a expressão dos conhecimentos e das formas geométricas. Segundo Gutiérrez (1996), é de extrema importância que haja uma reflexão acerca dessas práticas pedagógicas, estruturar e reestruturar o conhecimento prático e pessoal desses professores, fazendo com que seu desenvolvimento se dê com base na responsabilidade e na competência das suas ações como docente da Geometria.

Assim, como nos lembra Ferreira (2003, p. 40), sobre “o processo de desenvolvimento profissional envolve a ideia de aprender, de tornar-se sujeito do próprio processo de aprendizagem”. Dessa maneira, é preciso que o professor se desenvolva profissionalmente, sobretudo, que ele se sinta insatisfeito com seus saberes e manifeste forte desejo de modificá-los. Dessa forma conseguiremos ajustar desestruturas pedagógicas que desestimulam a vontade de querer ensinar a Geometria de maneira proveitosa, absorvendo e concretizando mudanças que são necessárias para a realização e o sucesso do ensino dessa disciplina.

Na experiência em sala de aula, fica clara muitas vezes a forma “tímida” com que essas abordagens são feitas, às vezes até excluindo determinados conteúdos unicamente por falta de orientações que deveriam ser transmitidas de forma mais direta para os educadores da Geometria, evidenciando assim um aprendizado menos proveitoso e mais problemático, já que esses alunos irão futuramente ingressar no ensino médio sem uma base mais consistente sobre a disciplina em questão.

Para o autor Van de Walle (2009, p. 439), “precisamos compreender ambos os aspectos de raciocínio e de conteúdo em geometria para auxiliar melhor os alunos a ampliar e desenvolver seu pensamento geométrico.”

O autor citado destaca que o conteúdo de geometria é definido em quatro objetivos, formas e propriedades, transformação, localização e visualização.

O mesmo define cada um deles apontando sua finalidade, como podemos observar:

- ✓ Formas e propriedades: inclui um estudo das propriedades das formas em ambas as dimensões (bi e tri), como também um estudo das relações construídas sobre essas propriedades.
- ✓ Transformação: inclui um estudo de translações, reflexões, rotações (deslizamentos, viradas e giros), o estudo de simetria e o conceito de semelhança.
- ✓ Localização: refere-se primariamente à geometria de coordenadas ou outros modos de especificar como os objetivos estão localizados no plano ou no espaço.
- ✓ Visualização: inclui o reconhecimento de formas no ambiente, o desenvolvimento de relações entre objetos bi e tridimensionais, e a habilidade de desenhar e reconhecer objetos de diferentes perspectivas. (Van de Walle, 2009, p.439)

Sabemos das inúmeras dificuldades com relação a mudanças no currículo de geometria, já que as mesmas trazem resultados diferentes dos que estamos habituadas a nos deparar cotidianamente. No entanto a mudança é uma decisão, que parte de cada um. Somente imersos em uma realidade que necessita ser mudada é que nos envolvemos nesse processo de mudança.

O crescimento profissional passa pelo campo do crescimento pessoal, e ao longo da vida, vai se concretizando como prática pedagógica que dará muitos frutos relacionados ao futuro, já que, inseridos na realidade da escola que estamos trabalhando, podemos conceber incertezas que nos levarão para caminhos cheios de possibilidades de mudanças no nosso pensar, refletir e agir. Fazendo com que cresçamos a partir das múltiplas origens em que estamos envolvidos física e emocionalmente, apoiando-nos nas nossas pesquisas e experiências, e elaborando saberes capazes de promover um aprendizado que não passará apenas pelo campo da obrigatoriedade das relações educacionais, mas sim, estimulando nossos alunos a de fato aprenderem Geometria, de modo que esse aprendizado ultrapasse as barreiras do ensino fundamental.

2.2. O desenvolvimento do pensamento geométrico

A teoria do desenvolvimento do Pensamento Geométrico criado pelo casal Dina Van Hiele Geldof e seu marido, Pierre Marie Van Hiele, casal holandês, trata da construção desse pensamento geométrico dentro de cinco níveis.

No modelo os alunos seguem avançando nos níveis de acordo com o desenvolvimento que adquirem durante o estudo da Geometria. Os níveis de desenvolvimento geométrico são: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, esses níveis descrevem o crescimento do pensamento geométrico dos alunos.

Ao se pensar em Geometria, e no que abordar em sala de aula é necessário conhecer o conteúdo de forma aprofundada para que se tenha a capacidade de perceber nos alunos a maneira de como eles assimilam a Geometria e de que forma eles a representam. Muitos autores tratam da geometria sobre o mesmo pensamento dos Van Hiele, onde podemos observar através das pesquisas realizadas grandes avanços no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Lorenzato (1995), descreve os níveis de conhecimento geométrico definidos no modelo Van Hiele.

“O Modelo de van Hiele, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos.” (LORENZATO, 1995, p.03)

Outro autor que descreve modelo dos Van Hiele é Van de Walle (2009, p.440) no qual destaca que “os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos a cada nível”.

Van de Walle (2009) descreve que no nível de visualização (nível 0), os alunos reconhecem e nomeiam as figuras, baseados em suas características globais e visuais (WALLE, 2009, p. 440).

A ênfase no nível 0 está nas formas que os alunos podem: observar, tocar, construir, separar, decompor, compor ou trabalhar de alguma maneira. O objetivo geral é explorar como as formas são parecidas e diferentes e usar as ideias para criar classes de formas (tanto fisicamente quanto mentalmente). (VAN DE WALLE, 2009, p. 440)

No nível de análise (nível 1) ele destaca que, os estudantes no nível de análise são capazes de considerar todas as formas dentro de uma classe, bem mais do que analisar apenas uma forma única. (WALLE, 2009, p.441)

No nível da dedução informal (nível 2), os objetos de pensamento desse nível são as propriedades das formas. (WALLE, 2009, p.442)

Quando os alunos começam a ser capazes de pensar sobre as propriedades de objetos geométricos sem as restrições de um objeto particular, são capazes de desenvolver relações entre essas propriedades. “Se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo”. “Se isso é um quadrado, todos os ângulos são ângulos retos”. “Se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo”. (VAN DE WALLE, 2009, p. 442)

Dentro desse nível o aluno é capaz de estabelecer relações entre as propriedades geométricas, estabelecendo argumentos sobre as propriedades.

O nível de dedução formal (nível 3), o objeto de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos. (WALLE, 2009, p.443)

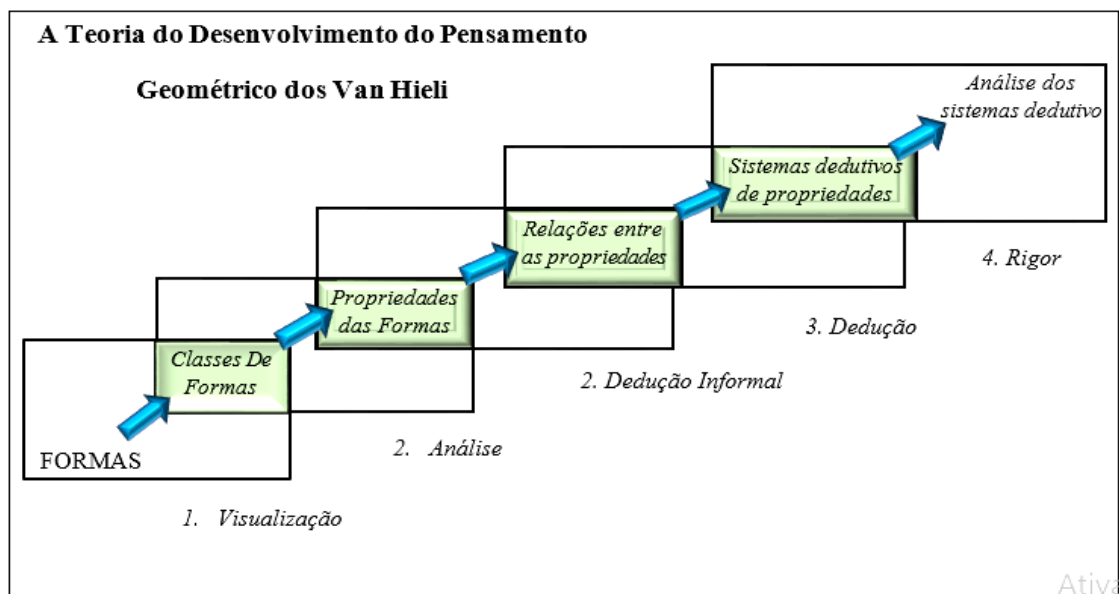
O estudante neste nível é capaz de trabalhar com sentenças abstratas sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição. [...] pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como um de pensamento de nível inferior também poderia. Entretanto, no nível 3, há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumento dedutivo. (VAN DE WALLE, 2009, p. 443)

O último nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, rigor (nível 4), os alunos estabelecem comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da geometria. (WALLE, 2009, p.443)

Os níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget. Um estudante na 3ª série do EF ou no EM podem estar no mesmo nível. Além disso, alguns estudantes e adultos permanecem no nível 0 e um número significativo de adultos nunca alcança o nível 2. Mas a idade está certamente relacionada à quantidade e aos tipos de experiências geométricas que eles tiveram (VAN DE WALLE, 2009, p. 444).

Os estudos acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico apontam para o grande avanço da aprendizagem dentro desses níveis como vemos no quadro 1.

Quadro 1: Níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.



Fonte: Van de Walle (2009, p 443)

O avanço entre os cinco níveis do pensamento Geométrico se dá de forma gradual, e não depende da maturidade. Nesse sentido, o autor Fantinel (1998, apud SANT'ANA 2009, p.20), afirma que para que ocorra o avanço de um nível do pensamento geométrico para outro é necessária a vivência por cinco fases de aprendizagem a saber,

Fase 1: Informação/ Inquirição Professor e alunos dedicam sua atenção a conversas e atividades a respeito dos objetos de estudo deste nível. São feitas observações, levantadas questões e é introduzido o vocabulário específico de cada nível. Nessa fase, o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto e esses percebem qual direção os estudos irão tomar,

Fase 2: Orientação Dirigida Os alunos exploram o tópico de estudo através de materiais selecionados cuidadosamente pelo professor. Estas atividades devem revelar gradativamente aos alunos as estruturas características do nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.

Fase 3: Explicação Com base em suas experiências anteriores, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. Tal verbalização requer que os alunos articulem conscientemente o que poderiam ser apenas ideias vagas e não desenvolvidas. O papel do professor deve ser mínimo, apenas auxiliando os alunos a usar a linguagem apropriada, deixando-os independentes na busca da formação do sistema de relações em estudo.

Fase 4: Orientação Livre Os alunos procuram soluções próprias para tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções, e para problemas em aberto. Segundo Hoffer, "eles ganham experiências em achar seus próprios caminhos

ou resolver as tarefas. Orientando-se a si próprios no campo da investigação, muitas relações entre os objetos de estudo tornam-se explícitas aos alunos. ”

Fase 5: Integração O aluno revê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações. Como consequência, há uma unificação e internalização num novo domínio de pensamento. Nessa fase, o papel do professor é de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais sem, no entanto, introduzir ideias novas ou discordantes. (FANTINEL, apud SANT’ANA, 2009, p.21)

Na fase 1, Informação/Inquirição, nesta fase alunos e professores realizam atividades que abordem os níveis de desenvolvimento na perspectiva de observar os conhecimentos prévios dos alunos, para que seja tomado conclusões sobre os novos conteúdos que serão abordados. Na fase 2, Orientação dirigida, os alunos precisam ter domínio sobre o nível anterior, eles apresentaram esse domínio por meio de atividades que possibilitem respostas objetivas, criteriosa. Na terceira fase, Exploração, os alunos expressão sua autonomia sobre seu ponto de vista e ideias, o professor auxilia apenas para o uso da linguagem correta. A quarta fase os alunos são submetidos a atividades mais complexas na perspectiva de fazer com que o aluno busque suas soluções. A quinta fase tem o objetivo de levar o aluno a definir seus próprios conceitos a partir de tudo que foi estudado, o professor nessa fase será apenas um auxílio para construção desse processo.

Nesse processo os alunos são levados a pensar sobre cada uma das atividades, formulando suas ideias e conceitos sobre cada uma delas.

No quadro 2 está descrito os níveis de desenvolvimento do modelo dos Van Hiele.

Quadro 2: Níveis de Van Hiele para compreensão em geometria

Nível de Van Hiele	Características	Exemplos
Básico: reconhecimento	Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios
Nível 1: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos.
Nível 2: Síntese ou Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. O retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
Nível 3: Dedução	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita.

Fonte: NASSER E SANT'ANNA, 2009, p.22)

Comungamos com a ideia de que é necessário que seja desenvolvido nos alunos o pensamento geométrico desde os anos iniciais, para que possamos ter alunos mais críticos com um olhar diferenciado para a geometria.

Para Lorenzato (2012, p.11),

O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, apud LORENZATO 2012, p. 11)

O autor acima citado trata sobre o ensino da Geometria acreditando no modelo de Van Hiele, enfatizando a visualização através de materiais do nosso cotidiano para que o aluno possa estabelecer uma relação entre a Geometria e o mundo.

Faz-se necessário que o aluno ao longo dos anos consiga ver a Geometria dentro dos cinco níveis, que o mesmo possa reconhecer as figuras e estabelecer uma ligação entre elas através de suas propriedades em comum.

2.3. A utilização de materiais didáticos no processo de ensino de Matemática

A Geometria é um conteúdo indispensável para o currículo, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p 51)

Embora seja necessário que o aluno tenha conhecimento sobre a Geometria, muitas vezes, esse aluno, não tem interesse pelo conteúdo por não conseguir observar nele uma utilidade para o cotidiano. Refletindo sobre esse aspecto, é necessário que pensemos sobre as metodologias que são utilizadas para tornar mais contextualizado esse conteúdo.

Diante dessa reflexão, vemos a necessidade de inserirmos a utilização de materiais didáticos como ferramentas para o ensino de Geometria.

Muitos autores defendem o ensino da Matemática por meio de materiais manipuláveis, jogos e material concreto que auxiliem os alunos na aprendizagem da mesma pelo contato com o mundo em que está inserido.

Januário (2008, p. 24), em seu trabalho (Materiais Manipuláveis: mediadores na (re) construção de significados matemáticos) destaca muitos autores que defendem o uso do material didático como um recurso satisfatório para a aprendizagem,

Nacarato (2005), Lorenzato (2006), Gaertner, Stopassoli e Oeschler (2007) revelam que outros educadores acreditavam e defendiam o uso de materiais manipuláveis para mediar e facilitar o processo de ensino e de aprendizagem. De acordo com esses autores, Locke (1632-1704) acreditava que só se aprendia pela experiência, tentativa e erro; Herbart (1776-1841) entendia o funcionamento da mente a partir de representações de imagens ou ações praticadas pelo aprendiz; Dewey (1859-1952) defendia a união da teoria e prática, por meio de questionamentos e reflexão; Claparède (1873-1940) via nos jogos e brincadeiras, recursos para motivarem e despertarem, no aluno, o interesse pelos estudos; Neill (1883-1973) procurava proporcionar aulas a partir de teatro, da pintura e do manuseio de argila e de objetos; Cuisenaire (1891-1976), a partir das dificuldades de alunos em aprender Matemática, criou um material para trabalhar frações, conhecido por Barra Cuisenaire e, depois, batizado de Material Cuisenaire. (JANUÁRIO, 2008, p. 24)

Portanto, há séculos se reconhece a importância dos materiais didáticos no desenvolvimento dos conhecimentos em sala de aula. E dentro dos diversos materiais didáticos destacamos os materiais manipulativos e sua função na aprendizagem dos diversos temas na Matemática. Caldeira (2009, p. 223) afirma que,

O material manipulativo, através de diferentes atividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite ao indivíduo realizar aprendizagens diversas. O princípio básico referente ao uso dos materiais, consiste em manipular objetos e “extrair” princípios matemáticos. Os materiais manipulativos devem representar explicitamente e concretamente ideias matemáticas que são abstratas.

É nesse sentido que destacamos a importância desses materiais para o ensino da Matemática, eles proporcionam grandes oportunidades do desenvolvimento do conhecimento, principalmente na Geometria.

2.3.1. Conceituando material didático

Podemos definir como material didático segundo alguns autores tudo que podemos utilizar para o processo de aprendizagem dos alunos, desde uma folha de papel aos mais complexos recursos que podem ser utilizados nesse processo, o material didático tem uma grande abrangência e oportuniza possibilidades para que sejam realizadas descobertas.

Lorenzato (2006, p.18), define como,

Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência entre outros.

Acreditamos que todo material que seja utilizado com a perspectiva de levar conhecimento ao aluno é considerado MD.

Lorenzato (2006) reforça a importância da utilização desses materiais quando nos faz refletir sobre a seguinte indagação,

[Se] for verdadeiro que “ninguém ama o que não conhece”, então fica explicado porque tantos alunos não gostam da matemática, pois, se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la? No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes (LORENZATO, 2006, p. 34)

Manipulação, observação de características, construção e desconstrução de materiais manipuláveis podem levar o aluno a desenvolver diversas habilidades. Pois os materiais manipuláveis podem ter diversas funções, em diversos momentos do processo de ensino e aprendizagem, desde a motivação até a descoberta e redescobertas de propriedades.

Turrioni e Perez (2006) afirmam que o material concreto é fundamental para o ensino experimental, uma vez que “facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos”. (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61).

Comungamos com a importância desse material para facilitar a aprendizagem do aluno, tornando muitas vezes o ensino da Geometria em algo significativo para os alunos.

Passos (2006) afirma que,

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2006, p. 81).

Não podemos acreditar que o material didático irá suprir todas as necessidades existentes no ensino da matemática, mais é necessário que o professor se preocupe como métodos que tenham um desempenho favorável para os alunos.

Lorenzato (2012, p.54) destaca alguns cuidados que os professores devem ter em relação ao uso do material didático;

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (LORENZATO, 2012, p.54).

As utilizações desses materiais trazem aos alunos uma nova metodologia, e para que se tenha bons resultados é importante dar oportunidade aos alunos conhecer aquilo que está sendo utilizado, os materiais devem trazer sentido no que está sendo proposto.

De acordo com Lorenzato (2006, p. 29),

O uso do MD planejado para atingir um determinado objetivo, frequentemente, possibilita ao aluno a realização de observações, constatações, descobertas e até mesmo o levantamento de hipóteses e a elaboração e testagem de estratégias que, às vezes, não estavam previstas no planejamento nem eram do conhecimento do professor. No entanto, é preciso

reconhecer que essa dificuldade vem no intuito de melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem. (LORENZATO, 2006, p. 29).

Diante disso concluímos que o uso do material didático (MD) interfere significativamente na aprendizagem dos alunos, desde que se tenha uma prática reflexiva de como essas matérias podem ajudar nesse processo, é necessário que o professor tenha conhecimentos prévios sobre como será utilizado o MD, para que os resultados sejam condizentes com a realidade.

2.3.2. Utilizações de materiais didáticos para o ensino de Geometria

Para o autor Lorenzato (2012, p.40), “as novas demandas sociais apontam para a necessidade de um ensino voltado para a promoção do desenvolvimento da autonomia intelectual, criatividade e capacidade de ação, reflexão e crítica pelo aluno. ”

Pensando-se nessas necessidades, é importante inserir nas aulas de Matemática materiais que auxiliem na aprendizagem do aluno de modo que essas metodologias venham trazer resultados positivos no processo de aprendizagem.

Manipular figuras é muito diferente de vê-las desenhadas. A possibilidade de movimento, aliada ao tato e a visão contribuem para a formação de imagens mentais. Atividades como construir, medir, desenhar, compor e decompor, comparar e classificar figuras geométricas, são importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico. (AMÂNCIO, 2013, p.06)

Podemos pensar no ensino da Geometria hoje como um grande desafio, por vários motivos: como devo me preparar para ensinar tal conteúdo? Que metodologias os professores devem usar, para que meus alunos compreendam os conteúdos propostos? Quais os recursos mais adequados?

Para Manoel Jairo Bezzera, na obra O material didático no ensino da Matemática, (1962, p. 10-13, apud LORENZATO, 2012, p.42),

- i) Auxiliar o professor a tornar o ensino da matemática mais atraente e acessível;
- ii) Acabar com o medo da matemática que, criado por alguns professores e alimentado pelos pais e pelos que não gostam de matemática, está aumentando cada vez mais a dificuldade do ensino dessa matéria e
- iii) Interessar maior número de alunos no estudo dessa ciência.

Os materiais utilizados no estudo da Geometria, como aponta Lorenzato (2012, p. 44), “devem ser vistos como possíveis caminhos que poderão ou deverão ser reestruturado de acordo com as especificidades dos alunos e dos conhecimentos a serem desenvolvidos, e não como receituários, seguidos fielmente sem a promoção de reflexões.”

Rêgo, Rêgo e Vieira (2012, p.14), aponta que “a manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos”. Assim, é

[...] importante que se leve o aluno a vivenciar experiências com diversos tipos de materiais concretos manipuláveis, a fim de que ele possa ter a oportunidade de encontrar o meio material que seja mais apropriado à sua percepção sensorial e que mais aguace a sua curiosidade [idem, p. 17].

Na Geometria é cada vez mais importante a inserção de metodologias atividades que instiguem alunos pensadores e críticos, que busquem soluções nos problemas propostos por meio de questionamentos propícios a aprendizagem.

3 DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DOS DADOS DA INTERVENÇÃO

3.1 Descrição da instituição de intervenção

A escola na qual foi realizada a pesquisa é uma escola Estadual de Ensino Fundamental da rede pública no Município Guarabira-PB.

A escolha dessa instituição de ensino deu-se pelo fato de ser o ambiente de trabalho da pesquisadora desde o ano de 2015, o que nos possibilitou a observação das dificuldades dos alunos com relação ao tema proposto nesse trabalho.

A referida escola está inserida em uma área que abrange dois bairros, o Nordeste I e o Nordeste II, numa região distante do centro da cidade e que atende em sua maioria, alunos da zona periférica e da zona rural da cidade.

A escola alvo da pesquisa é muito ampla tem um espaço de recreação, ginásio de esportes, 06 salas de aulas bem arejadas, uma direção, biblioteca, sala dos professores, sala de vídeo, cozinha, refeitório, 2 banheiros dos funcionários, 4 banheiros dos alunos, a sala do Alunbrar e o almoxarifado.

A instituição atende os níveis 4º e 5º ano do Fundamental anos iniciais que funcionam no turno da manhã e contam com uma média de 50 alunos, o Fundamental dos anos finais contam com duas turmas de 6º ano, uma no turno manhã e a outra no turno tarde, tem duas turmas de 7º ano também distribuídos nos dois turnos, uma turma de 8º e 9º ano de funcionam no turno tarde, os anos finais tem um público de 220 alunos.

3.2 Descrição da intervenção e análise dos resultados

A pesquisa teve por objetivo investigar como está o pensamento geométrico dos alunos da turma do 9º ano do Ensino Fundamental da referida escola.

A intervenção foi realizada na turma de 9º na qual a pesquisadora é a professora regente, fato que facilitou o processo de intervenção no que diz respeito à receptividade dos alunos, aplicação das atividades em questão de horários.

As atividades foram desenvolvidas dentro do planejamento anual e num período de uma semana de aulas, o que corresponde a uma sequência de seis aulas. Durante a

semana os alunos se dispuseram a participar da pesquisa de maneira assídua. A turma possui dois alunos especiais. Um deles participou da pesquisa durante todo o processo de intervenção, o outro participou apenas da atividade diagnóstica sem responder a nenhuma das questões, faltando as aulas no decorrer da semana.

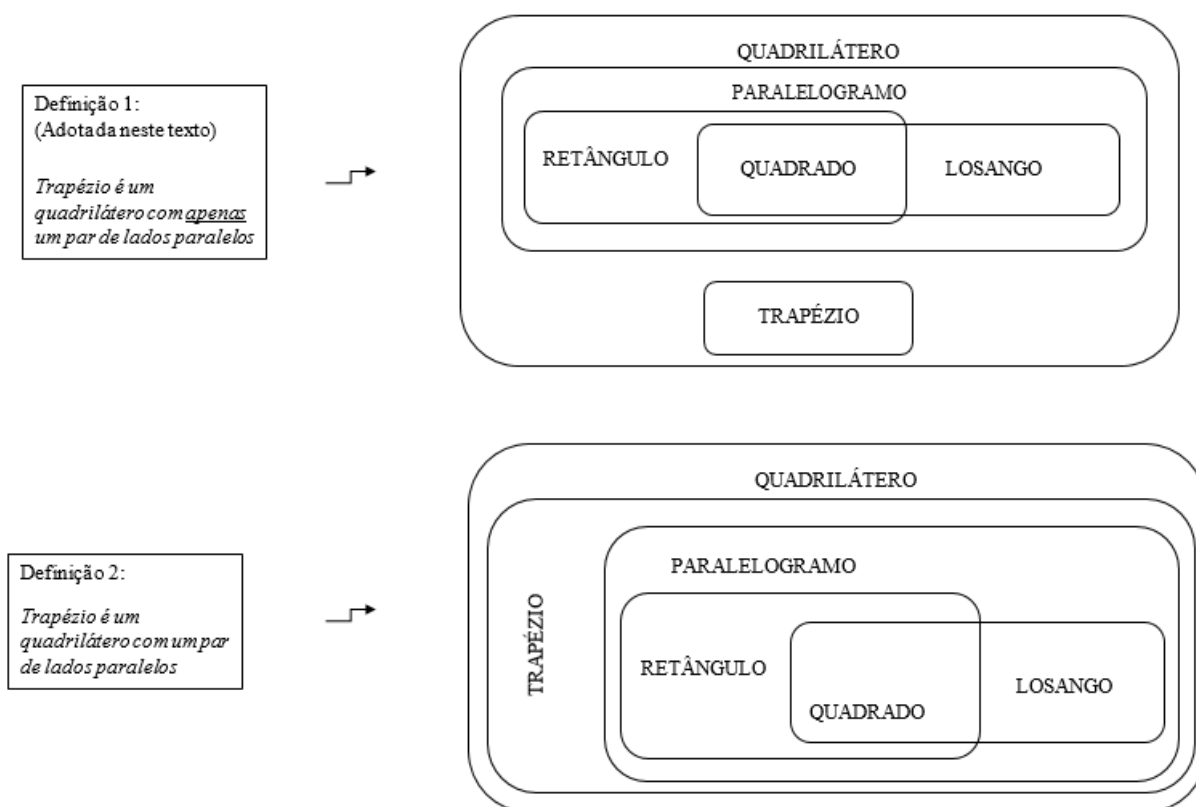
Para realização da intervenção foi realizada uma proposta didática com atividades elaboradas a partir dos resultados da atividade inicial diagnóstica.

Atividade essa, que foi fundamental para construção da proposta didática. Pois, os dados obtidos nos possibilitaram o levantamento sobre o conhecimento prévio de cada aluno que participou da atividade.

Nessa intervenção optamos por usar a definição que os quadriláteros estão divididos em dois grandes grupos, o grupo dos paralelogramos (paralelogramo, retângulo, losango e quadrado) e o grupo dos trapézios, que segundo Nasser (2004, p. 46) o “trapézio é um quadrilátero com apenas um par de lados paralelos”,

O quadro 3 mostra a inclusão dos quadriláteros para que se tenha ciência de como será a análise das questões dessa intervenção.

Quadro 3: Inclusão dos quadriláteros



Fonte: NASSER E TINOCO (2008. p.46)

As questões da proposta didática privilegiam atividades que favoreçam a progressão entre os níveis de visualização para análise do modelo do desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

3.3 Análise das atividades realizadas com os alunos

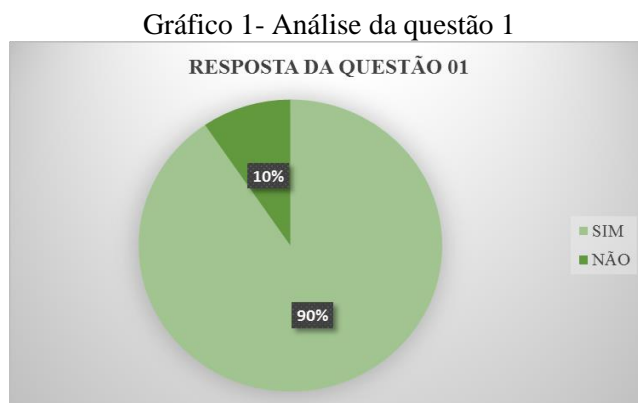
Resultados da atividade diagnóstica realizada com o objetivo de observar os conhecimentos prévios dos alunos.

Participaram da atividade diagnóstica 21 alunos no qual um deles é especial. A atividade continha cinco questões, o objetivo desta atividade foi conhecer as dificuldades mais frequentes dos alunos no conteúdo de quadriláteros.

Para mantermos sigilo da identidade dos alunos na análise dos dados trataremos os mesmos pelas letras do alfabeto.

ATIVIDADE 01: Você já estudou sobre o que é quadrilátero? () Sim () Não

O gráfico ilustra o percentual de alunos que já estudaram sobre o conteúdo de quadriláteros.



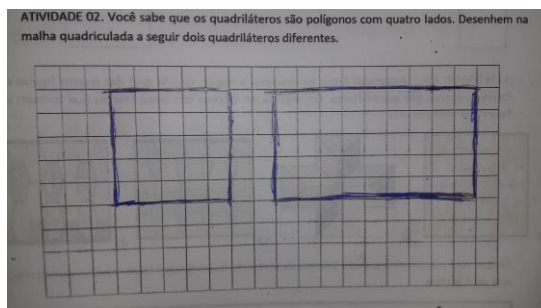
Fonte: Elaboração da autora

Nessa questão percebemos que a maioria dos alunos já havia estudado sobre os quadriláteros, quando questionados os mesmos destacaram algumas dessas figuras como quadrado e retângulo.

A **atividade 02** perguntava: Você sabe que os quadriláteros são polígonos com quatro lados. Desenhem na malha quadriculada a seguir dois quadriláteros diferentes.

Todos os alunos desenharam algum quadrilátero, a maioria deles desenhou quadrados e retângulos, já dois alunos desenharam outros quadriláteros, o aluno A, por exemplo desenhou, quadrado, retângulo e trapézio, e o aluno B desenhou, trapézio, losango e quadrado. Podemos observar o resultado da atividade do aluno C, na imagem a seguir, onde o mesmo desenhou um quadrado e um retângulo.

Imagem 1: atividade diagnóstica (aluno C)



Fonte: Arquivo da autora

Atividade 03: Você identifica, nas figuras apresentadas abaixo alguns quadriláteros (polígonos formados por quatro lados). Quais?

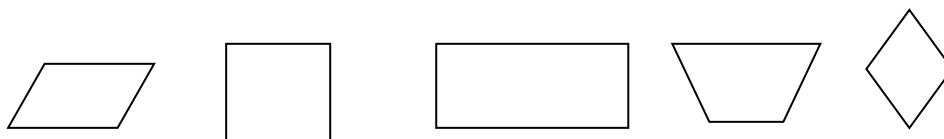
Imagem 2: atividade diagnóstica



Fonte: <https://www.google.com/search?q=imagens+de+mosaico> acesso em: 26/05/2016

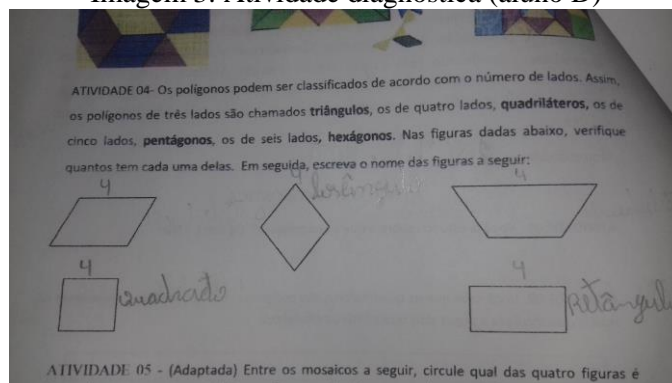
Nessa questão todos os alunos mencionaram algum quadrilátero, quadrado, losango, trapézio e o paralelogramo.

Atividade 04: - Os polígonos podem ser classificados de acordo com o número de lados. Assim, os polígonos de três lados são chamados **triângulos**, os de quatro lados, **quadriláteros**, os de cinco lados, **pentágonos**, os de seis lados, **hexágonos**. Nas figuras dadas abaixo, verifique quantos lados tem cada uma delas. Em seguida, escreva o nome das figuras:



Nessa atividade os alunos mencionaram sem dificuldades o nome do quadrado e do retângulo, e outros mencionaram o nome de outro quadrilátero como mostra a imagem da atividade do aluno D.

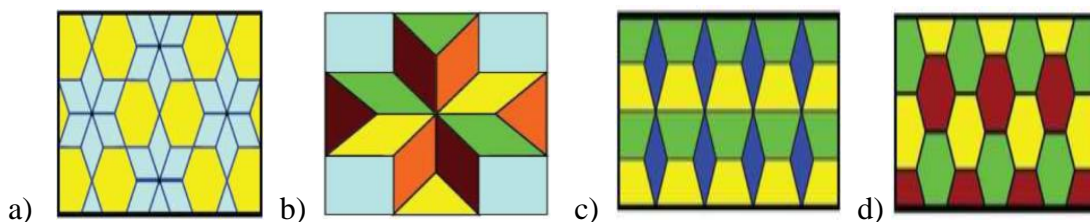
Imagem 3: Atividade diagnóstica (aluno D)



Fonte: Arquivo da autora

Nessa questão observamos que os alunos conseguem reconhecer o nome de alguns dos quadriláteros. Percebemos ainda durante a execução da pesquisa que os alunos conhecem as figuras mais não conseguem nomeá-las.

Atividade 05: (Adaptada do site: <http://matematicazup.com.br/exercicios-de-matematica-6-ano-ensino-fundamental-3-bimestre/>) Entre os mosaicos a seguir, circule qual das quatro figuras é formado apenas por quadriláteros. Em seguida dê o nome dos quadriláteros que formam a figura que você circulou.



Fonte: <http://matematicazup.com.br/exercicios-de-matematica-6-ano-ensino-fundamental-3-bimestre/>

De que você mais lembra quando falamos do conteúdo quadrilátero? Escreva nesse espaço sobre o que você lembra.

Nessa questão, nove (9) alunos marcaram a opção correta, letra c, os outros marcaram o mosaico em que observavam algum tipo quadrilátero, não apenas a figura formada unicamente por quadriláteros.

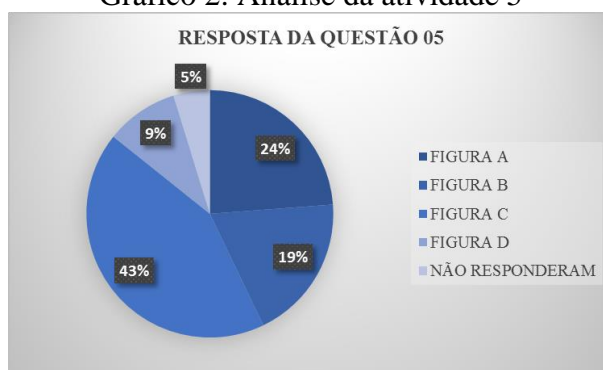
Tabela 1 – Dados da questão

QUESTÃO 5	RESULTADO
FIGURA A	5
FIGURA B	4
FIGURA C	9
FIGURA D	2
NÃO RESPONDEU	1

Fonte: Elaboração da autora

O gráfico 2 mostra o percentual de cada item da questão, podemos observar que a questão com o maior percentual foi o item C, item considerado correto. Esperávamos que nessa questão os alunos observassem a figura que conta apenas com os quadriláteros, mas observamos que os mesmos marcaram outras figuras que continham apenas alguns quadriláteros.

Gráfico 2: Análise da atividade 5



Fonte: Elaboração da autora

Segundo dia foi desenvolvida a atividade de visualização, para essa atividade dispomos duas horas aulas.

A atividade foi dividida em dois momentos, no primeiro eles receberam a atividade impressa e um conjunto de figuras de quadriláteros, os mesmos deveriam colar as figuras de acordo com sua nomenclatura.

No primeiro momento foi desenvolvida a atividade que intitulamos “Classificando quadriláteros”, onde os alunos deveriam classifica-las em sua aparência geral.

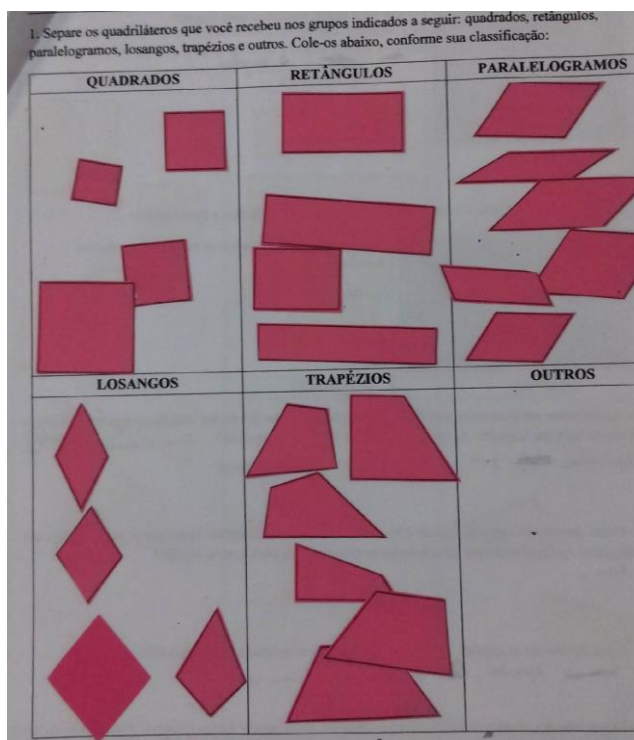
Material usado: Recortes de figuras de quadriláteros, cola e folha xerografada com a atividade.

Nessa atividade, na questão 1 pedia-se: Separe os quadriláteros nos grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos, trapézios e outros. Cole-os abaixo, conforme sua classificação.

Nessa questão a maioria dos alunos conseguiu classificar as figuras de maneira satisfatória, pois dos seis itens propostos, três deles (quadrados, retângulos e outros), foram respondidos corretamente. Destacamos que o item que os alunos apresentaram a maior dificuldade foi o dos trapézios.

Como, por exemplo, a atividade do aluno E, para ele toda figura desconhecida ele classificou como sendo trapézios, o que nos dá a entender que o aluno ainda não tem domínio do conhecimento sobre os trapézios.

Imagem 4: atividade do aluno E



Fonte: Arquivo da autora

Podemos observar no desenvolvimento da atividade como os alunos sente-se motivados ao estudo da geometria quando se usa um material que facilite a compreensão, os alunos conseguiram classificar sem dificuldades os quadrados e retângulos, uns colocaram losangos no lugar dos paralelogramos e vice-versa.

Ao longo do desenvolvimento das atividades, observamos a motivação dos alunos ao trabalharem com materiais didáticos manipulativos. O que proporcionou para alguns alunos a classificação dos quadriláteros, após a manipulação das figuras.

Observamos durante o processo da atividade que alguns alunos tinham a necessidade de girar as peças para compará-las e, em seguida classificá-las. Mas, mesmo assim, muitos alunos ainda sentiram-se inseguros quanto aos quadriláteros, losangos e paralelogramos, invertendo a classificação desses dois. O que nos remete ao fato desses alunos estarem ainda no aspecto visual das formas, pois não conseguiram pensar sobre as propriedades.

A tabela a seguir mostra todos os dados obtidos.

Tabela 2: Classificação dos quadriláteros

QUADRILÁTERO	ACERTOS	ERROS	PARCIALMENTE CORRETA
QUADRADO	21	00	00
RETÂNGULO	21	00	00
LOSANGO	11	00	09
PARALELOGRAMO	11	00	10
TRAPÉZIO	01	00	20
OUTROS	00	00	21

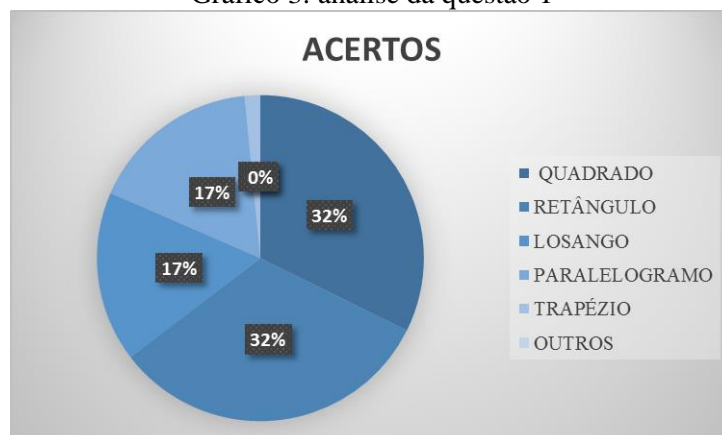
Fonte: Elaboração da autora

A tabela acima mostra a quantidade de acertos, erros e acertos parciais, os alunos não erraram nenhuma das inclusões completamente, eles reconhecem os quadrados, retângulos mais ainda trocam algumas das figuras entre si; quando se trata de paralelogramos e losangos, como se trata do nível de visualização os alunos classificaram as figuras de acordo com sua aparência geral.

O aluno que deixou de responder a algumas dessas questões ele é especial e tem algumas dificuldades que dificulta sua aprendizagem.

O gráfico mostra em percentuais os dados da questão.

Gráfico 3: análise da questão 1



Fonte: Elaboração da autora

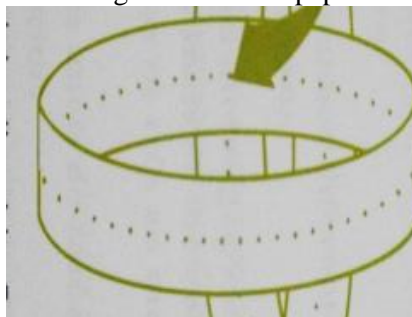
No segundo momento a atividade “construindo quadriláteros”, foi desenvolvida com o objetivo de levar os alunos a compreender as propriedades dos quadriláteros e as relações entre eles.

Material: cola, papel e tesoura.

A observação das propriedades de quadriláteros, por meio da construção com material concreto nos levou a escolha dessa atividade, retirado do livro, *Laboratório de ensino de geometria*, dos autores, Rêgo, Rêgo e Vieira, (2012), pelo seu aspecto lúdico e investigativo. Pois o aluno deve inferir que quadrilátero irá construir, antes mesmo, de realizar a atividade, como também deve pensar sobre as peças que deve escolher para formar os quadriláteros pedidos.

Questão 02- (pegue uma tira de papel e cole uma ponta na outra, formando uma argola). Você vai cortar a argola ao meio como indica a linha pontilhada na figura. Mas, antes de cortar responda: o que você espera encontrar após o corte?

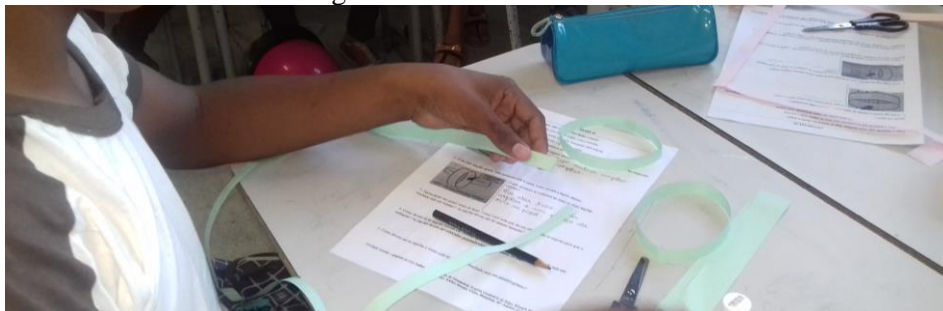
Imagem 5: tiras de papel



Fonte: (RÊGO, RÊGO E VIEIRA, 2012)

Nesse item todos os alunos responderam corretamente, dizendo que seriam encontradas duas argolas, a resposta foi de imediato durante a execução da atividade, os alunos perceberam que após cortar a figura o resultado seriam duas argolas.

Imagem 6: Aluno A realizando atividade



Fonte: arquivo da autora

Na imagem 6 podemos observar a atividade sendo desenvolvida por um aluno, onde o mesmo respondeu de imediato que o resultado seria duas argolas.

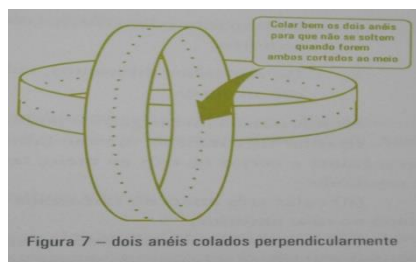
A imagem 7 observa-se a realização das atividades por algumas alunas.

Imagem 7: Alunos B realizando atividade



Fonte: arquivo da autora

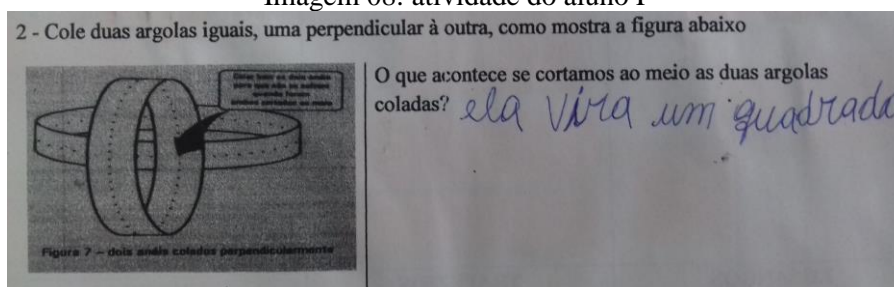
Questão 03- Cole duas argolas iguais, uma perpendicular à outra, como mostra a figura abaixo. O que acontece se cortamos ao meio as duas argolas coladas?



Fonte: (RÊGO, RÊGO E VIEIRA, 2012)

Nessa questão os alunos tiveram um pouco de dificuldade de antecipar o resultado do que aconteceria após o corte das duas argolas, a maioria dos alunos registrou apenas o primeiro passo, eles registram “duas argolas e meia, algemas, com o corte da primeira argola pode-se visualizar duas algemas”, depois do primeiro corte perceberam que se tratava de um quadrado, e começaram a perceber as características desse quadrilátero.

Imagem 08: atividade do aluno F



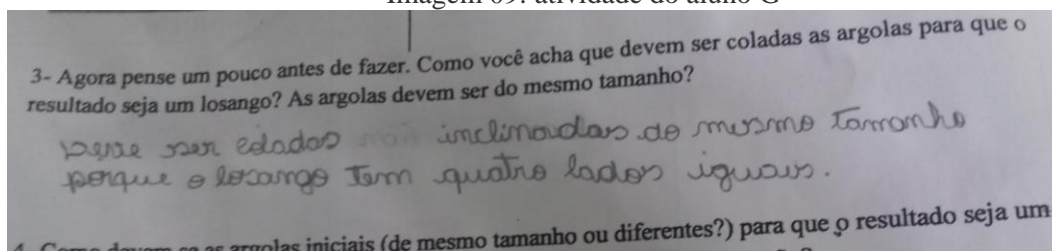
Fonte: arquivo da autora

Percebemos que o aluno descreveu corretamente o que aconteceria após o corte das argolas, o aluno percebeu o que aconteceria depois do corte da primeira argola, argumentando, “é um quadrado porque a outra argola é do mesmo tamanho”.

Questão 04- Agora pense um pouco antes de fazer. Como você acha que devem ser coladas as argolas para que o resultado seja um losango? As argolas devem ser do mesmo tamanho?

Os alunos nessa questão perceberam que para se obter um losango as argolas deveriam ser do mesmo tamanho, o aluno destacou, “como um quadrado o losango tem os quatro lados iguais”, com essa afirmação feita pelo aluno constatamos que o mesmo se encontra em transição do nível de visualização para o nível de análise. Os alunos registraram que o corte das argolas deveriam ser inclinadas, para que se pudesse obter o quadrilátero, os mesmos puderam constatar suas afirmações com o corte das argolas.

Imagem 09: atividade do aluno G



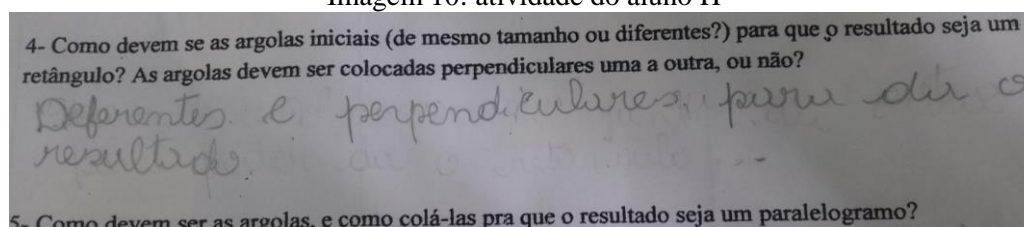
Fonte: arquivo da autora

Questão 05- Como devem se as argolas iniciais (de mesmo tamanho ou diferentes?) Para que o resultado seja um retângulo? As argolas devem ser colocadas perpendiculares uma a outra, ou não?

Como os alunos já haviam cortado argolas de mesmo tamanho e perpendiculares para obter um quadrado, logo constataram que para se obter um retângulo as argolas devem ser de tamanhos diferentes, porém coladas do mesmo modo que o quadrado, perpendiculares. Nessa questão todos os alunos acertam.

Esse número de acertos nos mostra que a atividade prática com a manipulação de material concreto, fez com que alguns alunos pensassem sobre as propriedades dos quadriláteros e conversassem sobre elas. Percebemos isso no fato de que alguns alunos que tiveram dúvidas para responder acerca do quadrado, nesse momento respondeu de forma correta para a construção do retângulo. O que pode ser entendido como uma ampliação do pensamento com relação as propriedades dos quadriláteros, mesmo que ainda na aparência visual, quadrado-retângulo. As imagens 09 e 10 mostram as respostas de alguns alunos. Ressaltamos que essas respostas eram escritas antes do processo de corte e colagem. Pois, queríamos que eles antecipassem os resultados pensando nas propriedades, e não depois da realização da atividade.

Imagem 10: atividade do aluno H



Fonte: arquivo da autora

Na atividade acima o aluno respondeu corretamente, destacando em sua fala que, “o retângulo tem lados diferentes do quadrado, por isso que a outra argola deve ser menor”, essas

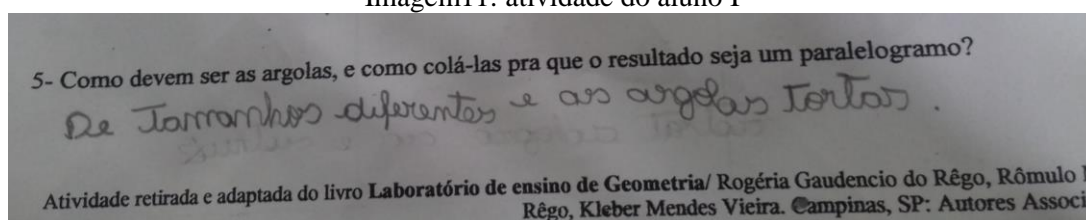
afirmações foram essenciais para a análise das questões, porque quando o aluno percebe essas características entre as figuras o mesmo está no processo para o nível de análise.

Questão 06- Como devem ser as argolas, e como colá-las para que o resultado seja um paralelogramo?

Essa questão os alunos foram muito objetivos e responderam que as argolas deveriam ser de tamanhos diferentes e inclinadas, alguns dos alunos responderam que as argolas devem ser coladas um pouco “tortas”, mais pode-se entender o significado da afirmação do aluno quanto ao modo que as argolas devem ser coladas. Podemos ver na imagem 11 a seguir a respostas de um dos alunos.

E, de maneira análoga, acreditamos ter havido uma ampliação do pensamento, pois muitos dos alunos já estavam discutindo algumas das propriedades dos quadriláteros, nesse momento já não precisavam do material concreto

Imagem 11: atividade do aluno I



Fonte arquivo da autora

Nessa questão perguntamos para os alunos porque as argolas deveriam ser coladas tortas como alguns destacaram, os mesmos responderam que “se as argolas fossem retas era um retângulo e não um paralelogramo”, assim acreditamos que o desenvolvimento do nível apontado pelos Van Hiele está sendo desenvolvido pelos alunos.

Dentro de todas as atividades apresentadas percebemos que os alunos compreendem a forma geral dos quadriláteros, dentro do nível de visualização como é trabalhado no modelo dos Van Hiele, deste modo podemos concluir que os alunos podem avançar para o nível de análise, que propõe aos alunos o reconhecimento de suas propriedades.

Terceiro dia foi realizada a atividades de análise dos quadriláteros, desenvolvida em uma hora aula.

Essa atividade teve um caráter mais usual, pois buscamos por meio de questões que aparecem em livros textos que os alunos pudessem observar algumas das propriedades dos quadriláteros e se apropriassem da linguagem e escrita mais formal da geometria. A questão 01 apresentava dois quadriláteros com seus vértices nomeados e pedia que os alunos identificassem os lados opostos.

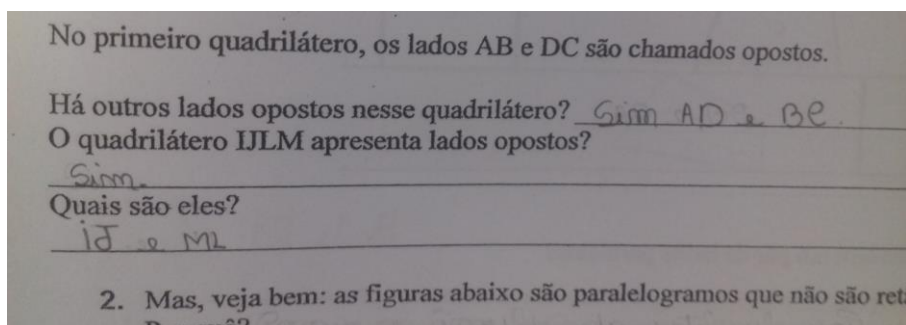
Na questão (1) podemos observar que todos os alunos acertaram a resposta, as dificuldades apresentadas por eles foram na escrita dos lados dos quadriláteros de uma maneira formal.

Tiveram mais facilidades no quadrilátero ABCD, acreditamos que esse fato ocorreu devido à disposição da figura na atividade numa forma canônica. Isso facilitou a identificação dos quatro lados do quadrilátero.

Já, quando se trata do quadrilátero IJLM, os vinte (20) alunos responderam apenas que o lado IJ é oposto ao lado LM, não levaram em consideração os lados IM é oposto ao lado JL.

O aluno A, disse, “professora eles são opostos mais não são retinhos não”, percebe-se que o aluno tem conhecimento do que é ser oposto, e ainda fez uma relação indireta com ser paralelo.

Imagem 12: atividade do aluno J



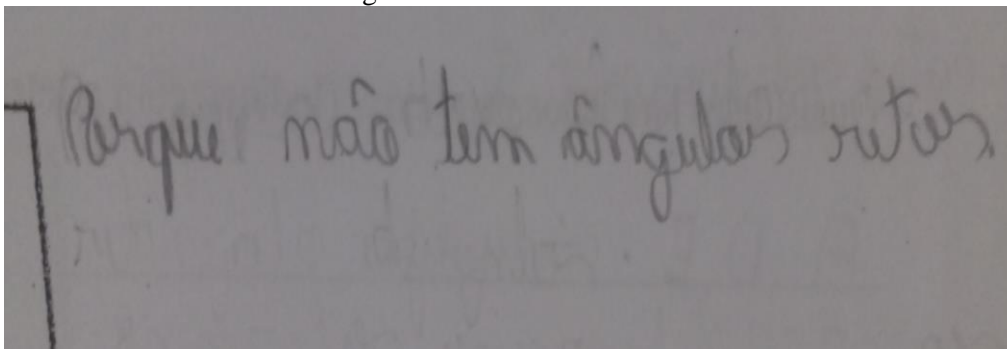
Fonte: arquivo da autora

A segunda questão pedia para que os alunos observassem os paralelogramos e mencionassem porque os mesmos não eram retângulos.

A questão (02), dos vinte alunos que responderam dezenove (19) acertaram e um (01) não deu a resposta correta, o aluno respondeu que “porque as figuras são diferentes”. Nessa resposta, esse aluno não enfatiza a questão dos ângulos retos, para poder ser retângulo. Percebemos que ele se encontra ainda na aparência da figura, no aspecto da visualização. Ainda na questão pedia que os alunos citassem uma

característica dos retângulos que não fossem necessariamente dos quadriláteros. Aqui esperávamos que eles respondessem que para ser retângulos é necessário ter os quatro ângulos retos. Porém, dezoito (18) alunos deram a mesma resposta da questão acima e dois (02) deles não responderam, o que nos leva a inferir que mesmo os alunos que acertaram o item 1, não pensaram na propriedade de ser retângulo, estão ainda no aspecto visual, ou na transição entre os níveis de visualização e análise. Pois, apesar de alguns já terem demonstrado anteriormente saber dessas propriedades quando acertaram na atividade de construção com os materiais concretos, não relacionaram essas propriedades a questões mais usuais, como as de livro didático.

Imagem 13: atividade do aluno L



Fonte: arquivo da autora

Nessa questão o aluno enfatiza sobre os ângulos do quadrilátero, o que nos mostra que o mesmo está desenvolvendo o nível análise.

A questão três pedia para que os alunos com uma régua medissem os lados dos quadriláteros. Sabendo que os losangos são quadriláteros que possuem os quatro lados com a mesma medida. Com base nessa informação, quais dos quadriláteros são losangos? Para realização da atividade foram disponibilizadas régua para que os alunos pudessem medir corretamente as figuras.

Na questão esperava-se que os alunos percebessem as semelhanças entre as figuras. Nessa questão onze (11) alunos responderam que as figuras A, C e D são losangos, quatro (04) alunos responderam as opções C e D, os mesmos não mediram corretamente as figuras para perceber que a figura A também se tratava de um losango, e ainda quatro (04) alunos não responderam à questão, um (01) dos alunos optou pela opção C e D talvez por se tratarem de losangos como estava explicito na questão. Notamos que alguns alunos ainda têm dificuldades em observar essas semelhanças

talvez pelo fato das figuras estarem colocadas de maneiras diferentes, ou pelo fato de não saberem medir corretamente.

A quarta questão tratava o paralelismo entre as figuras. No item a, pedia para que o aluno mencionasse se todos quadriláteros tinham um par de lados paralelos, o item b, perguntava qual deles tem lados paralelos.

Na questão 04, os vinte (20) alunos responderam corretamente a letra (a), o aluno B se pronunciou e disse “professora para ser paralelo tem que ser retinho igual as retas desenhadas, é o contrário da pergunta do número 1 que não precisa ser certinho”. Quando o aluno consegue perceber essas diferenças entre as questões podemos dizer que o mesmo tem um conhecimento sobre o que se está propondo, o que nos leva a destacar o avanço entre os níveis de visualização e análise.

No item (b) onze (11) alunos deram as opções corretas, A, B, D e E, três (03) deixaram de colocar o trapézio por ter apenas um par de lados paralelos, por estarem em grupos os mesmos disseram que “o outro lado do trapézio é torto então não é paralelo”, os outros seis (06) indicaram os quadriláteros que não tem lados paralelos, C e F, os mesmos não entenderam o que a questão estava pedindo.

Imagem 14: atividade do aluno M

Todos os quadriláteros têm um par de lados paralelos?
 Não apenas alguns

Quais deles tem lados paralelos? (Indique com a letra que o representa)
 A, B, D, E

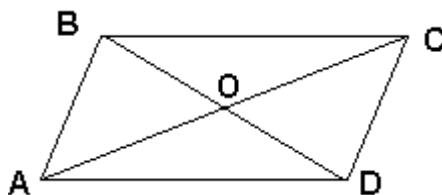
Fonte: arquivo da autora

A atividade acima nos mostra que o aluno percebeu o conceito de paralelismo, indicando apenas as figuras que tem os lados paralelos, o que nos leva a enfatizar o desenvolvimento do nível de análise.

No quarto dia a atividades realizada teve duração de uma hora aula. A atividade desenvolvida foi intitulada como “análise dos quadriláteros”.

Questão 01- Diagonais de um quadrilátero são os segmentos de recta que unem dois vértices opostos. Veja na figura abaixo, AC é uma diagonal e BD a outra digonal

do quadrilátero. As diagonais de um quadrilátero são perpendiculares quando formam um ângulo de 90° .



01-Descubra como são as diagonais dos quadriláteros através da manipulação das figuras que você tem. Depois analise se existe alguma semelhança entre elas, anote o que acha importante.

QUADRILÁTEROS	DIAGONAIS CONGRUENTES	DIAGONAIS QUE SE INTERCEPTAM NOS PONTOS MÉDIOS	DIAGONAIS PERPENDICULARES
Paralelogramo			
Retângulo			
Losango			
Quadrado			
Trapézio			

Nessa questão pudemos observar que dos vinte e dois (22) alunos que participaram alguns ainda têm algumas dúvidas nas respostas, talvez pelo fato de não lerem a questão com atenção, ou pelo fato de não realizarem a atividade com a atenção exigida pela questão.

No paralelogramo, doze (12) alunos disseram que esse quadrilátero tem diagonais congruentes, para esses alunos a resposta pode ter surgido apenas pelo visual, eles não perceberam que elas têm tamanhos diferentes. Dez (10) alunos não marcaram a opção o que podemos concluir que os mesmos sabem como são as diagonais dessa figura. Na opção que fala das diagonais se interceptarem nos pontos médios, todos os vinte e dois (22) alunos marcaram a opção, percebemos que os alunos responderam corretamente a essa questão. Nenhum dos alunos marcou a opção que pergunta sobre as

diagonais serem perpendiculares, desta maneira acreditamos que eles conseguiram observar essa propriedade através da manipulação das figuras.

No retângulo vinte e dois (22) alunos responderam que esse quadrilátero tem diagonais congruentes, observamos que os alunos realizaram a atividade com excelência, pois tinham propriedade nas suas afirmações. Quando se trata das diagonais se interceptarem nos pontos médios dezoito (18) alunos acertaram a questão, disseram que elas se interceptam em seus pontos médios e quatro (04) alunos erraram. Podemos concluir que o erro pode ter ocorrido pela falta de conhecimento da propriedade ou pela manipulação equivocada da figura. Quanto as diagonais perpendiculares apenas o aluno especial optou por marcar a opção, e não tendo propriedade sobre como avalia-lo não posso afirmar o motivo pelo qual ele marcou essa questão.

No losango treze (13) alunos perceberam que o quadrilátero não tem diagonais congruentes, nove (09) alunos marcaram a opção em que diz sobre as diagonais da figura, observamos que alguns dos alunos não manipularam a figura corretamente para alcançar o resultado esperado. Quanto as diagonais se interceptarem nos pontos médios, treze (13) alunos responderam corretamente à questão, nove (09) alunos disseram que essas diagonais se interceptam, observamos que algumas dessas afirmações são obtidas pela falta de atenção na resolução da atividade, e outras por não terem observado corretamente a figura. Na questão que aborda se as diagonais do losango são perpendiculares todos os alunos marcaram a opção corretamente.

No quadrado, os vinte e um (21) alunos acertaram todas as propriedades do quadrilátero, a observação das propriedades dessa figura sempre tem resultados mais satisfatórios por se tratar de uma figura que os alunos tem mais conhecimento sobre ela, apenas um (01) aluno deixou de marcar a opção que diz que as diagonais desse quadrilátero são perpendiculares.

No trapézio, como não foi especificado de qual se tratava não podemos afirmar nenhuma das opções apontadas no quadro acima, deste modo consideramos que quinze (15) alunos não marcaram nenhuma das opções, deste modo concluímos que os mesmos observam que algumas dessas figuras não se encaixavam em algumas dessas propriedades. Dois (02) alunos disseram que as diagonais se interceptavam nos pontos médios, e cinco (05) alunos disseram que esse quadrilátero tem diagonais congruentes, considera-se verdadeira essa afirmação quando se tratar de um trapézio isósceles, as figuras distribuídas para os alunos contam com os três tipos de trapézios, deste modo não podemos dizer que a afirmação dos alunos está errada.

No Quinto dia foi realizada a última atividade da pesquisa. Para realização dessa atividade intitulada “análise dos quadriláteros”, utilizamos apenas uma aula.

Na atividade pedia para que os alunos identificassem as propriedades de cada um dos quadriláteros e marcasse um X na figura correspondente.

<div> <div>NOME DA FIGURA</div> <div>PROPRIEDADE</div> </div>	QUADRILÁTERO	TRAPÉZIO	LOSANGO	PARALELOGRAMO	RETÂNGULO	QUADRADO
Tem quatro lados						
Tem quatro lados iguais						
Tem quatro ângulos						
Apenas um par de lados opostos paralelos						
Lados opostos paralelos						
Lados opostos congruentes						
Ângulos opostos congruentes						
Quatro ângulos retos						

Nessa questão quando se trata das propriedades dos próprios quadriláteros de um modo geral de um modo todos os vinte e dois (22) alunos marcaram corretamente a todos as propriedades do quadrilátero.

Imagem 15: atividade do aluno N

PROPRIEDADE	QUADRILÁTERO	TRAPEZIO	LOSANGO	PARALELOGRAMO	RETÂNGULO	QUADRADO
Tem quatro lados	X	X	X	X	X	X
Tem quatro lados iguais	X		X			X
Tem quatro ângulos	X	X	X	X	X	X
Apenas um par de lados opostos paralelos	X	X				
Lados opostos paralelos	X	X	X	X	X	X
Lados opostos congruentes	X		X	X	X	X
Ângulos opostos congruentes	X		X	X	X	X
Quatro ângulos retos	X				X	X

Fonte: arquivo da autora

No trapézio os vinte e dois (22) alunos acertaram as propriedades do quadrilátero, eles marcaram as propriedades, tem quatro lados, tem quatro ângulos, apenas um par de lados opostos paralelos e lados opostos paralelos, percebemos que com o desenvolvimento das atividades os alunos foram percebendo as particularidades de cada quadrilátero, o que faz com que tenhamos a conclusão de que os mesmos tem o conhecimento necessário para dizermos que eles estão dentro do nível de análise apontado pelos Van Hiele.

No losango, todos os alunos marcaram corretamente todas as propriedades.

O aluno C, “professora ele só não tem duas características, a quatro e a última”, a quarta propriedade diz, apenas um par de lados opostos paralelos e a outra propriedade diz que tem quatro ângulos retos, deste modo consideramos que o aluno conhece as propriedades do losango, o mesmo faz relações dessas propriedades com outros quadriláteros.

No paralelogramo, dezoito (18) alunos responderam de forma satisfatória as propriedades desse quadrilátero, quatro (04) alunos não marcaram a opção que diz “lados opostos congruentes”, concluimos que o aluno pode não ter realmente conhecimento sobre essa propriedade, ou que os mesmos não tiveram atenção necessária para a leitura das mesmas.

No retângulo e no quadrado todos os vinte e dois (22) alunos identificaram sem nenhuma dificuldade as propriedades dos dois quadriláteros, segundo alguns dos alunos “esses são os mais fáceis”.

Com o desenvolvimento das atividades podemos analisar e perceber que os alunos tinham algumas dificuldades, e que precisava-se trabalhar o desenvolvimento do pensamento geométrico para que os mesmos pudessem ter propriedades sobre suas colocações feitas a cada um dos quadriláteros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental desenvolvem o pensamento geométrico a partir dos quadriláteros? Durante toda essa pesquisa pensando em como obter as respostas para a questão principal que levou a realização desse trabalho, optamos por trabalhar dentro do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele. Com o desenvolvimento da pesquisa percebemos como foi desenvolvido a construção do pensamento geométrico da turma de 9º ano dentro dos níveis abordados pela pesquisa, os quais ficaram definidos em visualização e análise.

Com base nas análises feitas nas questões propostas para pesquisa, partimos do pressuposto de que os alunos participantes da pesquisa conseguiram avançar nos níveis de desenvolvimento. Não resta dúvidas de que o trabalho nos mostrou resultados satisfatórios, os alunos puderam mostrar suas dificuldades e através da manipulação dos materiais usados nas aulas conhecer sobre cada uma das figuras e desenvolver habilidade propícias para seu conhecimento.

Quanto aos níveis de visualização e análise consideramos habilidades essenciais para o desenvolvimento do pensamento geométrico de nossos alunos, esse processo de visualização deve ser trabalhado muito antes que se possa tratar da Geometria de uma forma que os alunos tenham receio em suas resoluções.

Quando o aluno consegue fazer uma representação mental da imagem conseguindo perceber esses conceitos abstratos, podemos dizer que o mesmo está no nível de visualização.

Partindo dessa afirmação podemos concluir que os alunos participantes da pesquisa estão dentro do nível de visualização, o que nos faz acreditar que o trabalho realizado trouxe resultados satisfatórios. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico aponta que o aluno só poderá mudar de nível a partir do momento que o mesmo tenha domínio sobre o nível anterior, esses avanços são facilmente observados nos dados obtidos pelo desenvolvimento das atividades da pesquisa.

No nível de análise, teve-se algumas dificuldades de início, essas dificuldades são decorrentes da falta de conhecimento dos quadriláteros desde as séries iniciais, esse trabalho não só nos deu a oportunidade de analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico, mas a oportunidade de levar os alunos a desenvolver habilidades que os mesmos são capazes de construir através de atividades que levem os alunos a pensar e descobrir meios para se obter resultados favoráveis.

Quanto ao nível de análise é necessário que os alunos compreendam as propriedades dos quadriláteros, podendo estabelecer relações entre eles de maneira e explorar suas definições, ângulos, lados e etc.

Nesse nível observamos que os alunos tiveram um avanço significativo. Observamos que na última atividade os alunos relacionaram sem dificuldades as propriedades dos quadriláteros a cada um deles, deste modo concluímos que os resultados esperados pela pesquisa foram alcançados de maneira muito satisfatória, os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico proposto pela pesquisa nos trouxeram grandes resultados e nos mostram a importância de se trabalhar a Geometria por meio do modelo dos Van Hiele.

REFÊRENCIAL

AMÂNCIO, R. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: ressinificando conceitos de polígonos, especialmente, dos quadriláteros**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. PUC MINAS. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento [manuscrito]**: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG) / Cirléia Pereira Barbosa – 2011.

CALDEIRA, M. F. T. H. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática**. Tese de Doutorado. Universidade de Málaga, 2009.

FERREIRA, A. C. Formação e desenvolvimento profissional de professores de Matemática In: _____. (Org.). **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de Matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**/Antônio Carlos Gil. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

JANUARIO, G. **Materiais Manipuláveis: mediadores na (re)construção de significados matemáticos** / Gilberto Januario. Monografia (Especialização) – CEPPE – Universidade Guarulhos, 2008. Orientadora: Prof^ª Ms. Ana Maria Maceira Pires Guarulhos: 2008

LORENZATO, S. O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores / Sergio Lorenzato, 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

MORESI, E. A. D. (Org). **Manual de Metodologia da Pesquisa**. Brasília-DF: Universidade Católica de Brasília – UCB, mar. 2003.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas Séries Iniciais:** Uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NACARATO, A. M. **Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação:** currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 2000.

NASSER, L. S., N.F.P (coordenadoras). **Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

NASSER, L. e TINOCO, L (coord.) (2008): **Curso Básico de Geometria – Enfoque didático, Módulo II: Visão Dinâmica da Congruência de figuras**. Projeto Fundão, im/UFRJ, Rio de Janeiro.

PAIVA, J. P. A. A. **O Estudo da Simetria inspirados em Resultados de Pesquisa em Etnomatemática**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2003, 150 p.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92. RÊGO, R. M.;

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a Geometria na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) - UNICAMP, Campinas, 2000.

RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

RÊGO, RÊGO E VIEIRA. **Laboratório de ensino de geometria** / Rogéria Gaudencio do Rêgo, Romulo Marinho do Rêgo, Kleber Mendes Vieira. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

SANT'ANA, E. C. **Geometria segundo modelo de Van Hiele: Uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do Ensino Fundamental**. Canoas, 2009

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57- 76.

UBIRATAN, D. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 7. Ed. Campinas, SP: Papirus, 2000.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Prezado (a) aluno (a),

Solicitamos, gentilmente, a sua colaboração no sentido de responder este questionário que faz parte da coleta de dados do trabalho de conclusão de curso intitulado **A construção do pensamento Geométrico**: visualização e análise dos quadriláteros, coordenado pela Prof.^a Ms Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva. Sua participação é de extrema importância para realização dessa pesquisa. Embora seja necessária à sua identificação, manteremos sigilo em relação a ela. Agradecemos a sua colaboração.

Nome do aluno: _____

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

ATIVIDADE 01. Você já estudou sobre o que é quadrilátero? () Sim () Não

ATIVIDADE 02. Você sabe que os quadriláteros são polígonos com quatro lados. Desenhem na malha quadriculada a seguir dois quadriláteros diferentes.



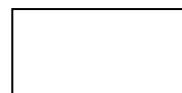
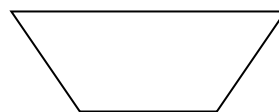
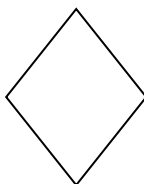
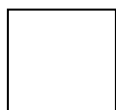
Quais são os nomes dos quadriláteros que você desenhou?

ATIVIDADE 03- Você identifica, nas figuras apresentadas abaixo alguns quadriláteros (polígonos formados por quatro lados). Quais?

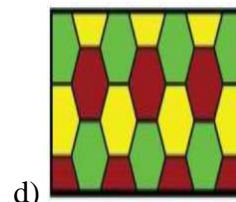
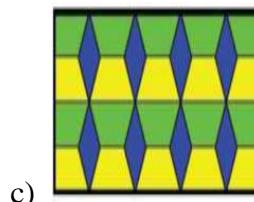
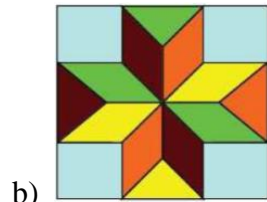
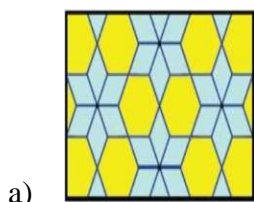


Fonte das Imagens: <https://www.google.com/search?q=imagens+de+mosaico>

ATIVIDADE 04- Os polígonos podem ser classificados de acordo com o número de lados. Assim, os polígonos de três lados são chamados **triângulos**, os de quatro lados, **quadriláteros**, os de cinco lados, **pentágonos**, os de seis lados, **hexágonos**. Nas figuras dadas abaixo, verifique quantos tem cada uma delas. Em seguida, escreva o nome das figuras a seguir:



ATIVIDADE 05 - (Adaptada) Entre os mosaicos a seguir, circule qual das quatro figuras é formado apenas por quadriláteros. Em seguida dê o nome dos quadriláteros que formam a figura que você circulouse.



De que você mais lembra quando falamos do conteúdo quadrilátero? Escreva nesse espaço sobre o que você lembra.

QUADRADOS	RETÂNGULOS	PARALELOGRAMOS
LOSANGOS	TRAPÉZIOS	OUTROS

APÊNDICE B - CONSTRUINDO OS QUADRILÁTEROS

Com o material que você recebeu, siga as instruções dadas a seguir:

- Receber o material que é composto por tiras de papel, cola e tesoura.
- pegue uma tira de papel e cole uma ponta na outra, formando uma argola.

Agora, vá seguindo instruções e respondendo o que se pergunta.

2 - Você vai cortar a argola ao meio como indica a linha pontilhada na figura. Mas, antes de cortar responda:



O que você espera encontrar após o corte?

3 - Cole duas argolas iguais, uma perpendicular à outra, como mostra a figura abaixo

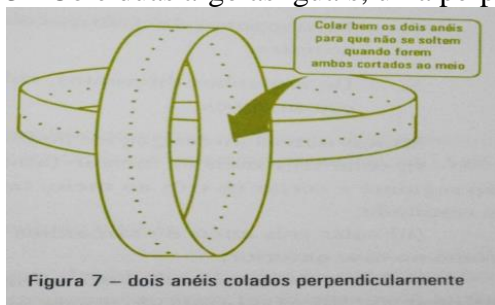


Figura 7 – dois anéis colados perpendicularmente

O que acontece se cortamos ao meio as duas argolas coladas?

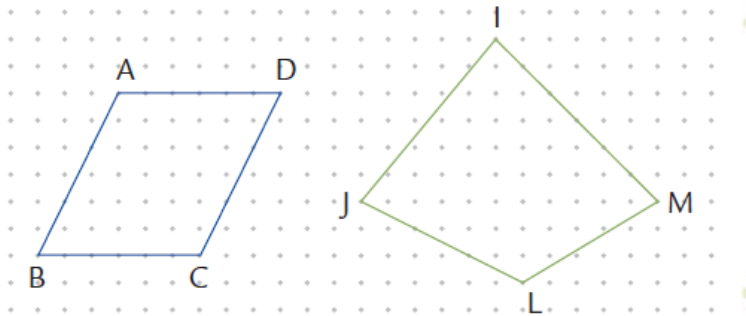
4- Agora pense um pouco antes de fazer. Como você acha que devem ser coladas as argolas para que o resultado seja um losango? As argolas devem ser do mesmo tamanho?

5- Como devem se as argolas iniciais (de mesmo tamanho ou diferentes?) Para que o resultado seja um retângulo? As argolas devem ser colocadas perpendiculares uma a outra, ou não?

6- Como devem ser as argolas, e como colá-las para que o resultado seja um paralelogramo?

APÊNDICE C – OBSERVANDO E REFLETINDO

01- Observe os quadriláteros desenhados na malha abaixo:



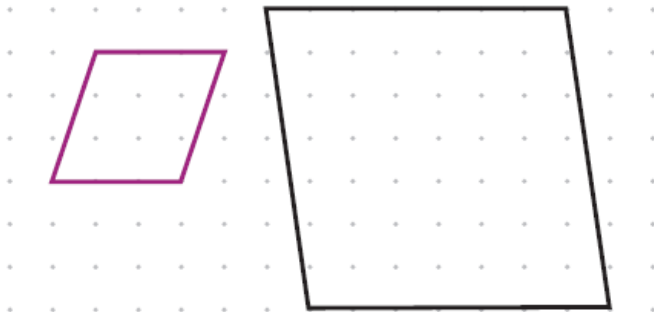
No primeiro quadrilátero, os lados AB e DC são chamados opostos.

Há outros lados opostos nesse quadrilátero? _____

O quadrilátero IJLM apresenta lados opostos? _____

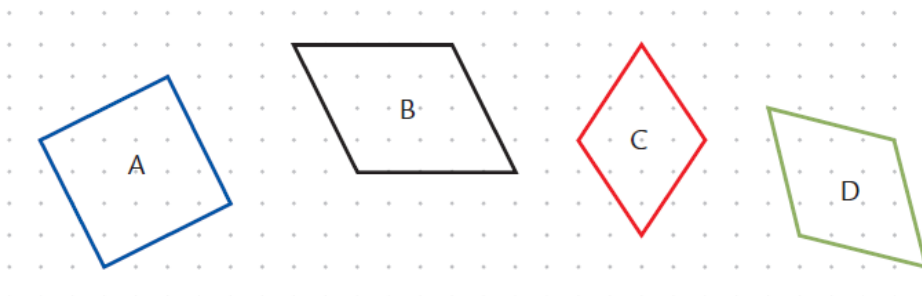
Quais são eles? _____

02- Veja bem: as figuras abaixo são paralelogramos que não são retângulos. Por quê?



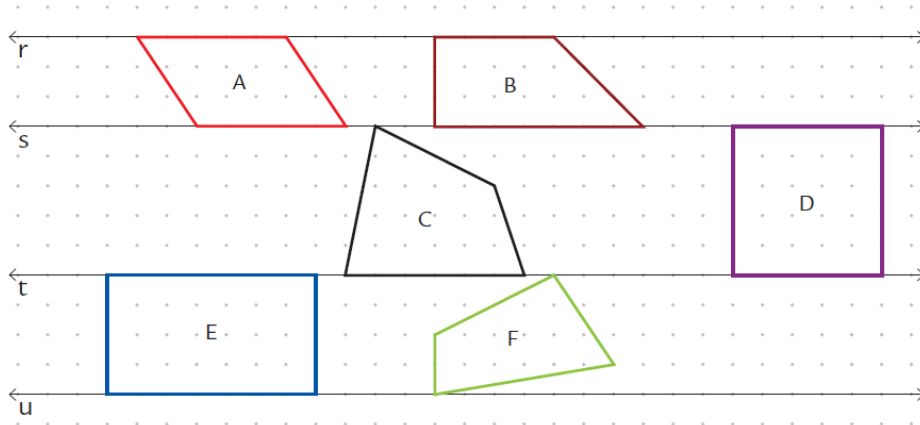
Cite uma característica dos retângulos que não é, necessariamente, dos paralelogramos

03- Considere os quadriláteros apresentados abaixo:



Com uma régua, meça os lados de cada um deles. Você sabe que os losangos são quadriláteros que possuem os quatro lados com a mesma medida. Com base nessa informação, quais dos quadriláteros são losangos?

04- As retas **r**, **s**, **t** e **u** são paralelas entre si.

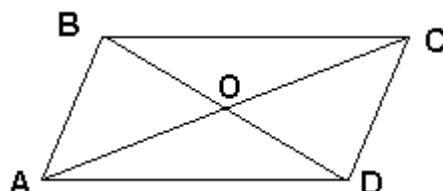


Todos os quadriláteros têm um par de lados paralelos?

Quais deles tem lados paralelos? (Indique com a letra que o representa)

APÊNDICE D – INCLUINDO QUADRILÁTEROS

Diagonais de um quadrilátero são os segmentos de recta que unem dois vértices opostos. Veja na figura abaixo, AC é uma diagonal e BD a outra diagonal do quadrilátero. As diagonais de um quadrilátero são perpendiculares quando formam um ângulo de 90° .



02- Descubra como são as diagonais dos quadriláteros através da manipulação das figuras que você tem. Depois analise se existe alguma semelhança entre elas, anote o que acha importante.

QUADRILÁTEROS	DIAGONAIS CONGRUENTES	DIAGONAIS QUE SE INTERCEPTAM NOS PONTOS MÉDIOS	DIAGONAIS PERPENDICULARES
Paralelogramo			
Retângulo			
Losango			
Quadrado			
Trapézio			

ANOTAÇÕES:

FONTE:

http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130918110708.pdf acesso: 17/04/2016

APÊNDICE E – INCLUINDO QUADRILÁTEROS

01-Leia as propriedades que estão no quadro abaixo e marque um X nas propriedades que você identifica para cada um dos quadriláteros que você classificou.

<div><div>NOME DA FIGURA</div><div>PROPRIEDADE</div></div>	QUADRILÁTERO	TRAPÉZIO	LOSANGO	PARALELOGRAMO	RETÂNGULO	QUADRADO
Tem quatro lados						
Tem quatro lados iguais						
Tem quatro ângulos						
Apenas um par de lados opostos paralelos						
Lados opostos paralelos						
Lados opostos congruentes						
Ângulos opostos congruentes						
Quatro ângulos retos						